

# I RICEVITORI PALMARI IN APPLICAZIONI CATASTALI

Alberto CINA (\*), Ambrogio Manzino (\*), Giuseppe Manzino (\*\*)

(\*)Politecnico di Torino – DITAG. C.so Duca degli Abruzzi, 24 – 10129 Torino

(\*\*) Via Verdi 13 27036 Mortara (PV)

Tel. / Fax 011-5647630 / 99, 011-5647675 / 99, 0384-91063

(\*)(alberto.cina/ambrogio.manzino)@polito.it, (\*\*) giusmanz@gmail.com

## Abstract

I ricevitori GNSS di solo codice o in singola frequenza sono strumenti di costo limitato e dunque di potenziale grande diffusione nel mondo delle applicazioni professionali. Se utilizzati in presenza di una rete che fornisce correzioni differenziali in tempo reale possono raggiungere precisioni metriche o submetriche in modalità differenziale e con brevi stazionamenti sono anche accessibili precisioni compatibili con applicazioni catastali.

Nell'articolo, a partire da un approccio geodetico di trasformazione da coordinate catastali Cassini Soldner e coordinate di Gauss, si vuole verificare l'applicabilità di questi ricevitori "basso costo" in operazioni di riconfinamento o frazionamento catastale.

Viene sinteticamente esposto il metodo di trasformazione geodetico e i risultati conseguiti con misure GPS su particolari rilevabili sul terreno e rispetto a vertici trigonometrici noti in entrambi i sistemi di riferimento.

## 1. Introduzione

Nel 1988 la circolare II rivoluzionava le procedure di rilevamento catastale, alla luce delle moderne strumentazioni elettroniche. Da alcuni anni la procedura PREGEO prevede anche campi specifici dedicati al GPS, opportunamente normati.

Se il posizionamento relativo con l'uso di *baseline* GPS è sufficiente per la redazione dei tipi mappali, si può ritenere che il posizionamento differenziale in tempo reale in un sistema di riferimento globale, potrebbe portare vantaggi nelle operazioni di riconfinamento, ricerca dei termini, immediata istituzione o verifica di punti fiduciali e altro ancora. Il sistema di riferimento WGS84 è materializzato sul territorio italiano da numerose stazioni permanenti GPS che offrono e offriranno in un futuro prevedibilmente molto prossimo, correzioni e prodotti per il posizionamento in tempo reale.

Stante l'errore di graficismo della carta catastale, tante operazioni potrebbero prescindere dall'uso di dispendiosi ricevitori RTK a doppia frequenza: più semplici ricevitori palmari singola frequenza possono fornire infatti una precisione sub-metrica sufficiente a tante applicazioni. Ancora: l'utilizzo dei nuovi codici porterà sicuramente a un miglioramento della precisione creando probabilmente una classe di precisione "decimetrica" che potrebbe essere d'interesse proprio nelle applicazioni catastali.

Poter "navigare" sulla carta catastale, quasi come si fa con i navigatori automobilistici, implica riferire questa allo stesso sistema globale nel quale si opera con GPS ma la storia dei sistemi di riferimento in Italia, affascinante e complessa (Surace, 2004), non facilita la trasformazione al sistema WGS84 delle mappe riferite alle oltre 800 origini locali della rappresentazione catastale Cassini Soldner. Ciò premesso, in questo lavoro si esporranno:

1. principi sintetici di un metodo geodetico di trasformazione da coordinate catastali a quelle di Gauss;

2. una verifica delle procedure di cui sopra su vertici catastali e IGM di coordinate note nei due sistemi di riferimento;
3. una verifica della “rispondenza” della mappa catastale con le misure GPS eseguite direttamente sul terreno in corrispondenza di particolari notevoli.

## **2. Un metodo geodetico di trasformazione da coordinate Cassini Soldner a coordinate di Gauss**

La carta catastale Italiana si basa su sistemi di riferimento locali validi su estensioni di territorio variabili da pochi a oltre 100 km. Quando alla fine del 1800 fu emanata la prima legge costitutiva del Catasto italiano (legge *Messedaglia* n°3682, del 1 marzo 1886), la rete geodetica che doveva servire a fornire le coordinate delle origini non era ancora ultimata: l’attesa del termine dei lavori avrebbe comportato notevoli ritardi nella formazione della carta catastale. Si scelse allora di subordinare ai fini pratici una precisione praticamente non indispensabile per la cartografia, adottando coordinate, frutto di calcoli provvisori dell’IGM, su vari ellissoidi di Bessel variamente orientati. Dopo l’ultimazione delle reti geodetiche a nord e sud del parallelo di Roma, esse vennero riordinate con unica origine a Genova IIM. Le nuove coordinate non risultano dunque congruenti con quelle precedenti anche nel DATUM Bessel e la trasformazione da sistema catastale ai sistemi geodetici nazionali Roma 40 e WGS84 non può prescindere dalla storia e delle caratteristiche dei sistemi dei nostri sistemi di riferimento.

Una delle strade spesso percorse per convertire coordinate Cassini-Soldner in coordinate di Gauss, è utilizzare una trasformazione conforme (rototraslazione con variazione di scala) i cui 4 parametri vengono stimati a partire dalle coordinate di almeno 2 punti noti in entrambi i sistemi di riferimento. Detto metodo è sicuramente applicabile in maniera semplice per estensioni limitate, ad esempio ad una mappa, tuttavia presenta alcuni inconvenienti:

- richiede una elevata numerosità di punti: il numero minimo di 2 non permette la stima minimi quadrati dei parametri. Essi devono essere più numerosi e disposti uniformemente in ogni foglio di mappa con conseguente aggravio nelle operazioni di rilevamento delle coordinate sul terreno.
- La trasformazione fra DATUM avviene confrontando misure e coordinate nei due sistemi di riferimento: essa è dipendente dagli errori di misura e da quelli con cui sono note le coordinate. L’attendibilità delle coordinate dei punti fiduciali e la corrispondenza tra mappa e terreno nel rilievo dei punti doppi appare dunque determinante per non inquinare la stima dei parametri di rototraslazione.
- la trasformazione non è univoca: essa dipende dalla configurazione dei punti scelti e dunque può portare a stime diverse utilizzando punti diversi nello stesso foglio.
- la non univocità della trasformazione comporta problemi nel “riattacco” dei fogli vicini, sia quelli con stessa origine che vengono ad avere diversi parametri stimati, sia a maggior ragione quelli con diversa origine.
- La trasformazione conforme non tiene conto delle diverse deformazioni lineari e angolari che caratterizzano le rappresentazioni di Gauss e Cassini-Soldner (tabella 1).

Si ricorda a proposito di questo ultimo punto che la rappresentazione Cassini-Soldner appartiene alla categoria delle rappresentazioni “afilattiche” (da *a* privata e *flactos* che conserva) che non conservano né angoli né aree e la deformazione lineare è dipendente dall’azimut della geodetica. La rappresentazione di Gauss è invece conforme con deformazione lineare costante in ogni direzione. Le due rappresentazioni appaiono dunque non congruenti fra di loro: è facile rendersi conto che un fattore di scala isotropo, conseguente ad una trasformazione conforme, non può assorbire la deformazione lineare anisotropa della carta Cassini-Soldner, a meno di poco più di 6 cm/km di variazione per le grandi origini ai bordi del fuso. Questo valore non appare drammatico su piccole estensioni ma assume valori importanti se si considerano nella stima dei parametri di

rototraslazione diversi fogli di mappa contemporaneamente o vaste zone con estensioni di parecchie decine di km dall'origine.

Per questa motivazione risulta più conveniente seguire un approccio di tipi "geodetico", che tenga in conto delle reali geometrie delle geodetiche sui due piani cartografici. Si espone il metodo sinteticamente per lasciare spazio ad esempi applicativi di valutazione della procedura di trasformazione e nel contempo della carta catastale. Per dettagli sulla procedura geodetica si veda (Cina, 2007).

La procedura proposta viene applicata alle geodetiche sui piani delle rappresentazioni di Gauss e Cassini Soldner, in quanto la lunghezza di tali geodetiche e i loro azimut, essendo quantità che insistono sulla superficie degli ellissoidi sono, ai fini pratici, indipendenti da loro cambiamenti di forma. Il problema può allora essere suddiviso in:

- 1) trasformazione di coordinate, da Cassini Soldner a coordinate di Gauss nel DATUM di partenza (Bessel con orientamento dato ai tempi della formazione della carta)
- 2) trasformazione tra sistemi di riferimento per passare dal DATUM Bessel a quelli odierni Roma 40 e WGS84.

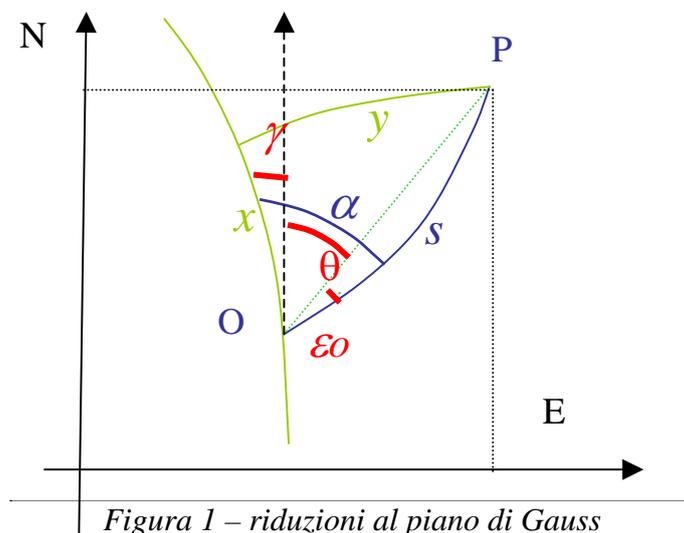


Figura 1 – riduzioni al piano di Gauss

Varie procedure sono adottabili per il passaggio da coordinate Cassini Soldner a coordinate di Gauss. In particolare sono note o rilevabili graficamente sul piano Cassini-Soldner le coordinate geodetiche rettangolari  $(y, x)$ , trasformabili nelle corrispondenti geodetiche polari  $(s, \alpha)$  (Inghilleri, 1970). Esse possono essere riportate nel piano di Gauss attraverso le usuali riduzioni sul piano di questa cartografia. In particolare, la direzione della corda che sottende la geodetica può essere espressa dalla :

$$\theta_{OP} = \alpha + \delta_{OP} + \gamma_0 - \epsilon_{OP} \quad (1)$$

- Con:
- $\alpha$  = azimut geodetica Cassini Soldner
  - $\delta_{OP}$  = deformazione angolare Cassini Soldner
  - $\gamma_0$  = convergenza trasformata del meridiano nell'origine
  - $\epsilon_{OP}$  = correzione angolare alla corda nel piano di Gauss

Simile approccio per quanto riguarda le lunghezze delle geodetiche: esse vengono portate dal piano di Cassini Soldner alla superficie dell'ellissoide e poi nuovamente riproiettate sul piano di Gauss, tenendo conto dei rispettivi moduli di deformazione:

$$s_{Gauss} = s_{C.S} \frac{m_{Gauss}}{m_{C.S}} \quad (2)$$

Con:  $m_{Gauss}$  = modulo di deformazione lineare di Gauss  
 $m_{C.S}$  = modulo di deformazione lineare Cassini Soldner

Nota la direzione e la lunghezza della corda è possibile ricavare le coordinate direttamente nel piano di Gauss. Otteniamo così delle coordinate di Gauss a tutti gli effetti, pur non coincidenti con le Gauss-Boaga o con le UTM-WGS84, non avendo ancora effettuato il cambio di DATUM.

La trasformazione di DATUM comporta per lo meno due problemi: la variazione della forma e la variazione di orientamento degli ellissoidi. Per quanto riguarda la variazione di forma, possono essere calcolate le variazioni delle coordinate Cassini-Soldner nel passaggio tra i tre ellissoidi (Bessel, Hayford, WGS84). Si può dedurre dal calcolo (Cina, 2007) che queste differenze si mantengono inferiori a 1 mm anche per geodetiche di 100 km, limite nei sistemi catastali italiani e le variazioni degli elementi angolari sono dell'ordine di grandezza di millesimi o decimillesimi di secondo sessagesimale. Possiamo dunque affermare che elementi geodetici "superficiali" si mantengono praticamente inalterati nel cambio di ellissoide, a meno di errori inferiori a 1 mm / 100 km ( $10^{-8}$ ), trascurabili anche per applicazioni di precisione.

Più sensibile è il problema dell'orientamento degli ellissoidi: sappiamo poi che, per quello di Bessel, esso non ha mantenuto lo stesso orientamento in tutta Italia prima dei riordini delle reti IGM. Occorrerà allora determinare la rotazione tra DATUM nella sola componente che insiste sul piano cartografico, a partire da punti di "doppie coordinate" relativi ai due sistemi di riferimento.

In tutti i casi i punti nei due sistemi di riferimento devono avere coordinate congruenti: non è corretto confrontare coordinate di Gauss con coordinate Cassini-Soldner a causa delle diverse deformazioni delle due rappresentazioni che vanno ad incidere sulla stima dei parametri.

### 3. inquadramento di ieri e di oggi: la rete di raffittimento catastale a Mortara (PV)

Alcune considerazioni sulla procedura geodetica di cui al paragrafo precedente sono state fatte in altro lavoro (Cina, 2007) relativamente a grandi sistemi d'asse e vertici trigonometrici fondamentali. Si vuole in questo lavoro verificare la rispondenza della procedura proposta anche ai vertici trigonometrici della rete di raffittimento catastale a cui si appoggiano le operazioni di rilevamento della mappa. Nel comune di Mortara (PV) si conoscono 118 vertici di raffittimento catastali utilizzati nella formazione della carta. Di essi sono note, da dati storici, le coordinate Cassini Soldner e le corrispondenti Guss-Boaga. Il centro di emanazione è il vertice di 3° ordine corrispondente al campanile della chiesa di Mortara e di esso sono note le coordinate Gauss-Boaga e le false origini catastali. Esso è riportato come un "cerchietto" verde in fig. 2. Alcuni dei 118 vertici sono anche IGM 3° e 4° ordine: è interessante notare come le coordinate fornite dal Catasto differiscano di pochi decimetri da quelle della monografia IGM, discrepanze dovute all'uso di coordinate provvisorie e di rilevamenti e calcoli eseguiti in maniera autonoma dai due enti cartografici.

Riportiamo nel grafico di figura 2 gli scarti planimetrici fra coordinate Gauss-Boaga dei vertici e quelle derivate dalle catastali con il metodo geodetico proposto: essi non superano mai gli 80 cm e più frequentemente sono compresi entro i 60 cm. Gli scarti planimetrici risultano correlati alla distanza dall'origine con un indice di correlazione lineare  $R=63\%$ : ciò potrebbe essere indicativo della propagazione dell'errore delle coordinate all'aumentare della distanza dal punto origine, più che della precisione con cui è eseguita la trasformazione. Ricordiamo infatti che i vertici in oggetto

sono di raffittimento catastale o basso ordine IGM per i quali una precisione di 60 cm potrebbe essere verosimile. Confrontando le medie delle differenze nelle componenti est e nord con i loro sqm, esse non risultano significativamente diverse da zero: con valori di sqm delle differenze limitati a 19 cm e 26 cm rispettivamente nelle componenti est e nord risultano compatibili con la precisione della mappa catastale.

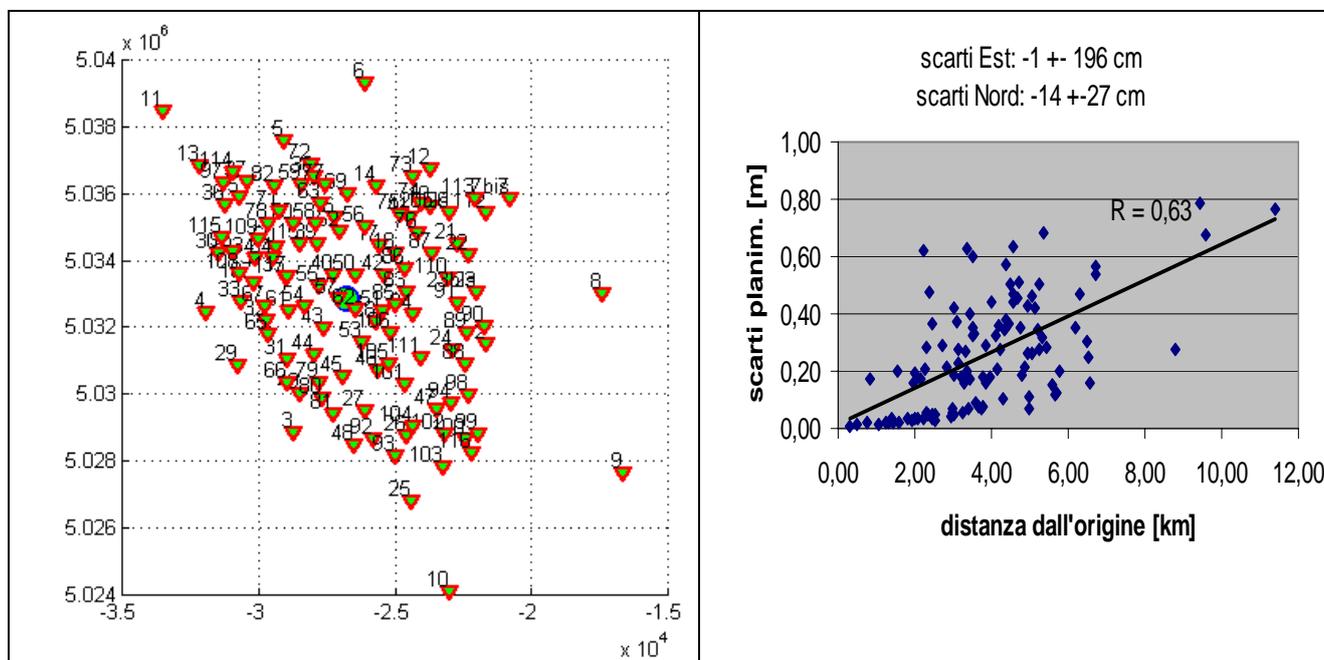


Figura 2 – Punti catastali di raffittimento a Mortara scarti dopo la trasformazione

#### 4. La carta catastale al tempo del GPS

Si consideri una carta catastale, rilevata e restituita quasi un secolo fa e la si sottoponga a digitalizzazione. Si consideri ancora il sistema di riferimento nel quale essa è stata inquadrata, con i suoi errori, la sua storia e la si sottoponga alla procedura geodetica di trasformazione richiamata al paragrafo 2. Quale sarà la sua rispondenza con quanto è rilevabile oggi in maniera indipendente con GPS? La risposta può venire dal rilievo delle coordinate di un certo numero di punti sufficientemente “certi” della mappa, meglio ancora dalla mappa di impianto, ritrovabili sul terreno. Il confronto avvenga non tra misure, grandezze relative che supponiamo possano essere abbastanza precise in una limitata zona, ma tra coordinate assolute GPS e cartografiche trasformate: esse si trascinano dunque dietro tutta la serie di problematiche di cui sopra. In comune di Mortara sono stati allora rilevati con GPS doppia frequenza le coordinate di una decina di punti corrispondenti a manufatti indicati sulla carta, appoggiandosi alla stazione permanente di Vigevano e riportati sulla carta catastale trasformata in WGS84 (alcuni esempio in figura 2). Con esclusione di pochi punti, corrispondenti ad opere rifatte in epoca posteriore alla cartografia e dunque non significativi, osserviamo scarti planimetrici tra punti rilevati e punti cartografici, nel sistema WGS84, pari in media a 65 cm con sqm di 34 cm. Detti valori sono in linea con la precisione della carta catastale e rappresentano solo un lieve e ragionevole decremento di precisione del rilievo di dettaglio rispetto a quello della rete di raffittimento di cui al precedente paragrafo. Il test è per ora stato effettuato completamente solo su alcuni punti ma ulteriori esperienze in corso in altre zone stanno confermando queste considerazioni.



Figura 2 – alcuni punti rilevati (tondino) e corrispondenti cartografici (crocetta)

## 5. Conclusioni

A un secolo di distanza dalla sua formazione la carta catastale si dimostra dunque, per quanto fino ad ora verificato, congruente con le misure GPS eseguite in un sistema di riferimento assoluto, nell'ambito delle precisioni della carta stessa. Questo positivo risultato ha come riscontro l'immediata tracciabilità dei particolari della mappa catastale nel sistema originario del GPS. Le precisioni submetriche ottenute possono essere oggi raggiunte con ricevitori singola frequenza usualmente utilizzati per scopi GIS, dal costo contenuto in pochi K€, con tecniche differenziali in RT o anche solo con brevi stazionamenti, in appoggio a una delle stazioni permanenti che oggi insistono numerose sul nostro territorio.

## Bibliografia

- Boaga, G.(1953): *Sulla rappresentazione cilindrica congruente di Soldner e sui problemi geocartografici dell'ingegneria*. Rivista del Catasto e dei Servizi Tecnici Erariali, n. 5, 1953. pagg. 285-296.
- Cina, A. “*La carta catastale in un sistema globale*”. In corso di stampa sulla “Rivista dell'Agenzia del Territorio”.
- Difilippo, S. (1995): *Sulla trasformazione delle coordinate plano-cartografiche dalla rappresentazione di Cassini-Soldner alla rappresentazione di Gauss-Boaga e viceversa (parte 1°)*. Rivista del Dipartimento del Territorio, n. 3 1995. pagg. 151-186.
- Inghilleri, G. (1974): *Topografia Generale*. Torino, Utet, 1974.
- Manzino, A. (2001) – *Lezioni di Topografia* – Otto Editore. In: <http://ebook.polito.it/pubbl.html>
- Ministero delle Finanze (1988): *Circolare n.2/1988 – Istruzione per il rilievo catastale di aggiornamento* (1988).
- Surace, L. (2004): *La georeferenziazione delle informazioni territoriali*. “Bollettino di Geodesia e Scienze Affini”, vol. III, n.6, pp.168-179.