INTERPOLAZIONE DI NUVOLE DI PUNTI AD ALTA RISOLUZIONE DA RILIEVI LASER SCANNER: APPLICAZIONE A BENI CULTURALI ED ARCHITETTONICI

Massimo FABRIS (****), Vladimiro ACHILLI (*), Denis BRAGAGNOLO (*), Andrea MENIN (*), Giuseppe SALEMI (*)

(*) Laboratorio di Rilevamento e Geomatica – DAUR – Dipartimento di Architettura, Urbanistica e Rilevamento Università di Padova, Via Marzolo, 9 – 35131 Padova, Tel: 049-8275579, e-mail: massimo.fabris@unipd.it (**) Dipartimento di Fisica – Settore Geofísica Università di Bologna, Viale Berti Pichat, 8 – 40127 Bologna

Riassunto

I sistemi laser scanner terrestri, ampiamente utilizzati in differenti settori, per il rilievo di oggetti a diverse scale, forniscono nuvole di punti 3D che, in determinate situazioni, possono presentare lacune di varie forme e dimensioni che necessitano di un'adeguata interpolazione. Con riferimento a tre differenti casi vengono analizzati alcuni algoritmi di interpolazione valutandone l'efficienza e i limiti di applicabilità.

Abstract

Terrestrial laser scanner systems in different sectors to survey objects at different scale are used; the result of each scan is represented by 3D point clouds which, in some cases, have got several lacunas that must be interpolated. Three different cases, in order to evaluate the efficiency and applicability of different interpolation algorithms, are analyzed.

Introduzione

Negli ultimi anni i sistemi laser a scansione hanno trovato applicazioni sempre maggiori nei settori ingegneristico, architettonico e dei beni culturali come strumento di conoscenza per la catalogazione, progettazione ed esecuzione di opere di restauro. I rilievi laser scanner consentono la realizzazione di modelli tridimensionali globali tramite l'allineamento di più scansioni singole (Achilli et al., 2004; Monti et al., 2003; Bitelli, 2002). Talvolta, a causa di particolari condizioni geometriche di acquisizione o per interposizione casuale di oggetti in fase di acquisizione (circostanza che può rendere la nuvola di punti non omogenea), si presentano sul modello generato porzioni più o meno ampie con mancanza di dati. In questi casi appare opportuno ricorrere ad algoritmi di interpolazione in grado di ricoprire le aree non acquisite in fase di rilievo oltre che omogeneizzare il passo della griglia dei punti di acquisizione. In questo lavoro sono stati interpolati tre differenti dataset acquisiti con diversa risoluzione mediante l'utilizzo del laser scanner Leica HDS (Cyrax) 2500: il cavallo ligneo di Palazzo della Ragione (Padova), le mura medievali di Cittadella (Padova) e casa Seeböck di Brunico (Bolzano). I casi considerati presentano superfici con caratteristiche differenti: convessa e regolare nel caso del cavallo ligneo, quasi piana ma irregolare nel caso delle mura di Cittadella e piana e regolare nel caso di casa Seeböck.

Il cavallo ligneo di Palazzo della Ragione (Padova)

Il rilievo, effettuato a scopo di restauro, ha richiesto 8 scansioni acquisite con griglia di passo medio 1 centimetro: la predisposizione di opportuni target retroriflettenti (rilevati con la stazione integrata TC2003) ha permesso l'allineamento delle scansioni mediante l'utilizzo del software *Cyclone*. In

questo studio è stata considerata la scansione relativa alla porzione laterale del cavallo (figura 1a) sulla quale è stata praticata una lacuna quadrata di dimensioni ~ 40 x 40 cm in corrispondenza alla massima curvatura della superficie (figura 1b). Dopo aver eliminato i punti interni, la lacuna è stata ricostruita utilizzando 8 differenti algoritmi di interpolazione: *Inverse Distance to a Power* (Franke, 1982), *Kriging* (Cressie, 1990), *Radial Basis Function* (Carlson, Foley, 1991), *Local Polynomial* (*linear*), *Natural Neighbor*, *Nearest Neighbor* (Sibson, 1981), *Polynomial Regression (cubic surface*) e *Triangulation-linear interpolation* (Lee, Schachter, 1980).



Figura 1 – a) Scansione della porzione laterale del cavallo ligneo; b) Localizzazione della lacuna quadrata sulla scansione

Per valutare la bontà degli 8 algoritmi di interpolazione di ricostruire le aree con mancanza di dati è stato effettuato il confronto tra ciascuna superficie interpolata ed il rilievo (Fabris et al., 2005). La figura 2 mostra la distribuzione planimetrica dei residui e la tabella 1 evidenzia i parametri statistici relativi a ciascun confronto.



Figura 2 – Distribuzione planimetrica dei residui derivanti dal confronto tra ciascuna superficie ricostruita con gli 8 algoritmi di interpolazione ed il rilievo: a) Inverse Distance to a Power; b) Kriging; c) Radial Basis Function; d) Local Polynomial (linear); e) Natural Neighbor; f) Nearest Neighbor; g) Polynomial Regression (cubic surface); h) Triangulation with linear interpolation

Interpolatori	Numero punti	Valore minimo (cm)	Valore massimo (cm)	Valore medio (cm)	Dev. St. (cm)
Inverse Distance to a Power	2255	-2.61	2.42	0.80	0.68
Kriging	2255	-2.54	3.54	0.61	0.72
Radial Basis Function	2255	-2.51	3.55	0.59	0.72
Local Polynomial (linear)	2255	-2.74	4.21	0.66	0.89
Natural Neighbor	2255	-2.65	2.64	0.65	0.70
Nearest Neighbor	2255	-2.32	3.85	0.78	1.06
Polynomial Regression (cubic surface)	2255	-2.55	1.69	0.08	0.63
Triangulation with linear interpolation	2255	-2.90	3.54	0.93	1.04

Tabella 1 – Confronti tra le superfici ricostruite mediante gli 8 algoritmi di interpolazione e la scansione ottenuta dal rilievo

Il laser scanner utilizzato nel rilievo (Leica HDS 2500) presenta un'accuratezza di 6 millimetri sul singolo punto per distanze da 1.5 a 50 metri dall'oggetto da rilevare: dalla figura 2 e dalla tabella 1 risulta che l'algoritmo *Polynomial Regression (cubic surface)* di equazione:

$$Z(X,Y) = a + bX + cY + dX^{2} + eXY + fY^{2} + gX^{3} + hX^{2}Y + iXY^{2} + lY^{3}$$

con:

X,Y,Z coordinate rispetto agli assi del sistema di riferimento locale; a,b,c,...,l costanti,

presenta valori minimi sia di media che di deviazione standard con percentuale di punti assunti corretti (ossia di precisione inferiore o uguale a quella del laser scanner) superiore rispetto agli altri algoritmi (35 %). Tuttavia l'algoritmo, che interpola i punti derivanti dal rilievo, non risulta efficiente nel caso di superfici "complicate": infatti nel caso della ricostruzione della porzione sommitale del cavallo (soprattutto in corrispondenza del dorso dove, a causa della particolare geometria di acquisizione, non è stato possibile acquisire punti nella parte più alta) l'algoritmo *Inverse Distance to a Power* fornisce risultati migliori (figura 3a).



Figura 3 – Ricostruzione della porzione sommitale del cavallo: a) Algoritmo Inverse Distance to a Power; b) Algoritmo Polynomial Regression (cubic surface)

Le mura antiche di Cittadella (Padova)

Anche in questo caso il rilievo è stato effettuato a scopo di restauro: sono state acquisite 125 scansioni con griglia di passo medio 3 centimetri della porzione compresa tra Porta Padova (sud) e Porta Treviso (est) rilevando, complessivamente, il 25 % delle mura medievali (sia della parete interna che esterna). L'analisi degli algoritmi di interpolazione è stata effettuata sulla scansione di figura 4a: in questo caso, a differenza del precedente, è stata scelta una scansione con l'asse Z del sistema di riferimento locale non perpendicolare alla superficie analizzata. Praticando una lacuna quadrata di dimensioni 4.5 x 4.5 metri, eliminando i punti corrispondenti (figura 4b) ed interpolando gli altri punti, è stata ricostruita la porzione mediante gli algoritmi *Inverse Distance to a Power* (figura 4c) e *Polynomial Regression (cubic surface)*.



Figura 4 – a) Scansione delle mura medievali di Cittadella (Padova) utilizzata nello studio;
b) Localizzazione della lacuna quadrata sulla scansione;
c) Ricostruzione della lacuna quadrata mediante l'algoritmo Inverse Distance to a Power

Confrontando ciascuna superficie ricostruita con la scansione derivante dal rilievo si ottiene la distribuzione planimetrica dei residui rappresentata in figura 5 e l'estrazione dei parametri statistici di tabella 2.



Figura 5 – Distribuzione planimetrica dei residui derivanti dal confronto tra ciascuna superficie ricostruita con i 2 algoritmi di interpolazione utilizzati e la scansione derivante dal rilievo:
a) Inverse Distance to a Power; b) Polynomial Regression (cubic surface)

Interpolatori	Numero punti	Valore minimo (cm)	Valore massimo (cm)	Valore medio (cm)	Dev. St. (cm)
Inverse Distance to a Power	26146	-178.79	59.06	-1.53	29.62
Polynomial Regression (cubic surface)	26146	-158.50	12.76	-0.31	4.50

Tabella 2 – Confronti tra le superfici ricostruite mediante i 2 algoritmi di interpolazione e la scansione ottenuta dal rilievo

Come si nota dalla tabella 2, con l'algoritmo *Polynomial Regression (cubic surface)* è stato possibile ottenere un miglioramento della deviazione standard dell'85% rispetto all'algoritmo *Inverse Distance to a Power* (con una percentuale di punti assunti corretti pari al 27 % e allo 0.1 % rispettivamente). Le curve di livello delle superfici ricostruite mediante l'utilizzo dei 2 algoritmi sono state sovrapposte alle curve di livello della superficie ottenuta dal rilievo (figura 6a). Inoltre la realizzazione di 7 sezioni, la cui localizzazione è stata scelta in modo da fornire una distribuzione uniforme sull'area ricostruita (figura 6b), permette di visualizzare nettamente le differenze tra la scansione derivante dal rilievo (figura 6c) e la superficie ottenuta con l'algoritmo *Inverse Distance to a Power* (figura 6d): in questo caso le sezioni ottenute forniscono risultati compatibili con la direzione dell'asse Z del sistema di riferimento locale (Franke, 1982).



Figura 6 – a) Sovrapposizione delle curve di livello delle superfici ricostruite (algoritmi Inverse Distance to a Power e Polynomial Regression - cubic surface) a quelle della scansione ottenuta dal rilievo; b) Localizzazione delle 7 sezioni sulla scansione; c) Sezioni sulla scansione rilevata;
d) Sezioni sulla superficie interpolata con l'algoritmo Inverse Distance to a Power

Casa Seeböck di Brunico (Bolzano)

Per il rilievo completo di casa Seeböck di Brunico sono state effettuate 7 scansioni acquisite con griglia di passo medio 1.5 centimetri. In questo studio è stata considerata la scansione approssimativamente piana rappresentata in *shaded relief* in figura 7a nella quale l'asse Z del sistema di riferimento locale risulta perpendicolare alla scansione. Proseguendo come nei 2 casi precedenti, è stata praticata una lacuna quadrata di dimensioni 80 x 80 centimetri (figura 7b) che è stata ricostruita mediante l'utilizzo gli algoritmi *Inverse Distance to a Power* (figura 7c) e *Polynomial Regression (cubic surface)*.



Figura 7 – a) Scansione di casa Seeböck di Brunico (Bolzano) utilizzata nello studio;
b) Localizzazione della lacuna quadrata sulla scansione;
c) Ricostruzione della lacuna quadrata mediante l'algoritmo Inverse Distance to a Power

Anche in questo caso le superfici ricostruite sono state confrontate con la scansione ottenuta dal rilievo: la tabella 3 riporta i parametri statistici relativi ai 2 confronti; in figura 8a viene riportata la distribuzione planimetrica dei residui relativa al confronto tra la superficie ricostruita mediante l'algoritmo *Polynomial Regression (cubic surface)* e il rilievo, mentre in figura 8b la distribuzione planimetrica dei residui à confronto la superficie ricostruita mediante l'algoritmo *Inverse Distance to a Power* e la superficie ottenuta dal rilievo. In quest'ultimo caso sono state effettuate 7 sezioni distribuite uniformemente sull'area ricostruita (figura 9a) che confermano un andamento approssimativamente piano della superficie interpolata (figura 9b).

Interpolatori	Numero punti	Valore minimo (cm)	Valore massimo (cm)	Valore medio (cm)	Dev. St. (cm)
Inverse Distance to a Power	2862	-1.42	1.03	-0.07	0.35
Polynomial Regression (cubic surface)	2862	-1.09	1.11	0.01	0.33

Tabella 3 – Confronti tra le superfici ricostruite mediante i 2 algoritmi di interpolazione e la scansione ottenuta dal rilievo



Figura 8 – Distribuzione planimetrica dei residui derivanti dal confronto tra la scansione ottenuta dal rilievo e la superficie ricostruita mediante gli algoritmi:
a) Polynomial Regression (cubic surface); b) Inverse Distance to a Power



Figura 9 – a) Localizzazione delle 7 sezioni sulla scansione; b) Sezioni sulla superficie interpolata

Dalla tabella 3 risulta che in questo caso i 2 algoritmi forniscono risultati simili: infatti non solo presentano valori quasi uguali di deviazione standard e di distribuzione planimetrica dei residui ma, per quanto riguarda l'algoritmo *Inverse Distance to a Power* la percentuale di punti assunti corretti risulta del 62 %, mentre nel caso dell'algoritmo *Polynomial Regression (cubic surface)* la stessa percentuale risulta del 65 %.

Conclusioni

Sono stati analizzati differenti algoritmi di interpolazione su 3 set di dati ottenuti mediante l'utilizzo del laser scanner Leica HDS (Cyrax) 2500 e della stazione integrata TC2003: una scansione della porzione laterale del cavallo ligneo del Palazzo della Ragione di Padova (superficie convessa e regolare con l'asse Z del sistema di riferimento locale perpendicolare alla superficie rilevata), una scansione delle mura antiche di Cittadella (Padova) (superficie piana e irregolare con l'asse Z non perpendicolare alla superficie rilevata) e una scansione di casa Seeböck di Brunico (Bolzano) (superficie piana e regolare con l'asse Z perpendicolare alla superficie rilevata). Inizialmente sono stati considerati 8 differenti algoritmi di interpolazione suddivisibili in 2 classi: algoritmi "esatti" che interpolano i punti griglia con assenza di dati ma che non alterano la coordinata dei nodi griglia della superficie di partenza e algoritmi "non esatti" che interpolano anche la coordinata dei nodi griglia della superficie di riferimento. Dopo aver identificato l'algoritmo migliore per ciascuna classe (Inverse Distance to a Power e Polynomial Regression - cubic surface rispettivamente), confrontando le superfici ricostruite dagli algoritmi su una lacuna con la scansione derivante dal rilievo nel caso del cavallo ligneo, i metodi sono stati analizzati anche nel caso di superfici differenti. L'algoritmo "esatto" Inverse Distance to a Power è risultato particolarmente sensibile alla direzione dell'asse Z del sistema di riferimento locale richiedendo, per un miglioramento dell'efficienza, che l'asse Z della scansione venga scelto in modo da essere perpendicolare alla superficie da rilevare. L'algoritmo "non esatto" Polynomial Regression (cubic surface) presenta notevoli vantaggi nella ricostruzione di superfici "semplici" indipendentemente dalla direzione dell'asse Z: tuttavia risulta non efficace nel caso della ricostruzione di superfici "complicate" dove un algoritmo "esatto" generalmente fornisce risultati migliori. Nel caso di superfici piane e regolari con l'asse Z perpendicolare alla superficie, i 2 algoritmi forniscono risultati simili.

Bibliografia

Achilli V., Bragagnolo D., Cervato C., Cuppari F., Fabris M., Menin A., Salemi G., Zanutta A. (2004), "Ricostruzione 3D mediante rilievi laser scanner del Santo Sepolcro in Bologna (complesso monumentale della Chiesa di Santo Stefano)", *Atti della 8° Conferenza Nazionale ASITA*, 1: 3-8

Bitelli G. (2002), "Moderne tecniche e strumentazioni per il rilievo dei beni culturali", *Atti della 6^a Conferenza Nazionale ASITA*, 1: IX-XXIV

Carlson R.E., Foley T.A. (1991), "Radial Basis interpolation methods on track data", *Lawrence Livermore National Laboratory*, UCRL-JC-1074238

Cressie N.A.C. (1990), "The origins of Kriging", Mathematical Geology, 22: 239-252

Fabris M., Achilli V., Menin A., Salemi G. (2005), "Tecniche di interpolazione per 'hole filling' di nuvole di punti", *Atti del 50° Convegno Nazionale SIFET*, su CD-Rom

Franke R. (1982), "Scattered data interpolation: test of some methods", *Mathematics of Computations*, 33, 157: 181-200

Lee D.T., Schachter B.J. (1980), "Two algorithms for constructing a Delaunay Triangulation", *International Journal of Computer and Information Sciences*, 9, 3: 219-242

Monti C., Fregonese L., Achille C. (2003), "Laser scanner application on complex shapes of architecture. Profiles extraction processing and 3D modelling", *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XXXIV-5/W10

Sibson R. (1981), "A brief description of Natural Neighbor interpolation", *Interpreting Multivariate data, V. Barnett editor, John Wiley and Sons, New York*: 21-36