

# Utilizzo delle modulazioni di tipo BOC nei Sistemi GNSS

Umberto ROBUSTELLI (\*), Raffaele SANTAMARIA (\*\*)

(\*) Dipartimento di Scienze e Tecnologie dell'Università degli Studi di Napoli "PARTHENOPE", via F. Acton n°38 80133 Napoli, tel 081-5475114, fax 081-5519314, e-mail [umberto.robustelli@uniparthenope.it](mailto:umberto.robustelli@uniparthenope.it)

(\*\*) Dipartimento di Scienze e Tecnologie dell'Università degli Studi di Napoli "PARTHENOPE", via F. Acton n°38 80133 Napoli, tel 081-5475223, fax 081-5519314, e-mail: [raffaele.santamaria@uniparthenope.it](mailto:raffaele.santamaria@uniparthenope.it)

## Riassunto

In questo lavoro è analizzata una famiglia di modulazioni detta BOC(n,m) (*Binary Offset Carrier Modulation*). Relativamente ai sistemi G.N.S.S. (*Global Navigation Satellite System*) è descritta una modulazione BOC particolare -la (5,2)- in quanto offre la possibilità di aggiungere un quarto segnale all'interno della banda attualmente sfruttata dai segnali utilizzati per trasmettere i codici Y, M, C/A del sistema GPS, allo scopo di fornire un potenziamento di questi ultimi. Essa è stata confrontata con la PSK (*Phase Shift Keying*) utilizzando una serie di parametri e studiando la funzione di auto-correlazione e lo spettro. Infine vengono mostrati i vantaggi che si ottengono grazie al suo impiego.

## Abstract

In this paper is described a modulation called BOC(n,m) (*Binary Offset Carrier Modulation*). Through the study of the auto-correlation function, of the spectrum and using some parameters we compare BOC(5,2) and PSK modulations. Advantages using the first technique instead of the second one are also shown. Moreover the BOC(5,2) modulation offers the opportunity to add a fourth signal within the current spectral allocation for GPS, in order to obtain an augmentation of the system.

## Analisi del segnale nel dominio del Tempo

Le analisi che seguono si riferiranno alla rappresentazione dei segnali mediante il loro inviluppo complesso. Siano:

- $\{a_k\}$  la sequenza di bit a valle dell'operazione di *spreading* sui dati. Ovvero se si chiama  $\{d_k\}$  la sequenza di bit da trasmettere e  $W_i$  la  $i$ -esima riga della matrice di Walsh che si è deciso di utilizzare per effettuare l'operazione di *spreading* si ha che:  $\{a_k\} = \{a_1 \times W_1, a_2 \times W_1, a_3 \times W_1, \dots\}$ ;
- $C_{Ts}(t)$  la *sottoportante*, ovvero una funzione periodica di periodo  $2T_s$  (nel caso in analisi è un'onda quadra);
- $m_{nT_s}(t)$  l'*impulso* utilizzato per trasmettere il simbolo di *spreading*. Nel caso in analisi si tratterà di un impulso rettangolare con supporto temporale (durata) pari a  $nT_s$ , dove  $n$  (che è sempre un intero positivo) è il numero di semiperiodi della sottoportante  $C_{Ts}(t)$  durante i quali il valore del simbolo dopo lo *spreading* non varia.

Avendo utilizzato queste convenzioni l'inviluppo complesso di un segnale BOC sarà dato da:

$$s(t) = \sum_k a_k m_{nT_s}(t - knT_s) c_{T_s}(t) \quad [1]$$

Una modulazione BOC è denotata dal simbolismo BOC( $f_s, f_c$ ) dove  $f_s$  è la *frequenza della sottoportante* (ovvero dell'onda quadra) mentre  $f_c$  è il *code-rate*. Avendo imposto che la

sottoportante sia periodica di periodo  $2T_s$  si ha che la frequenza  $f_s$  sarà relazionata con il periodo  $T_s$  dalla seguente:

$$f_s = \frac{1}{2T_s} \qquad f_c = \frac{1}{nT_s} = \frac{2}{n} f_s$$

Tuttavia si usa spesso la notazione BOC(a,β) dove  $f_s = a \times 1,023$  MHz  $f_c = \beta \times 1,023$  MHz. Osservando l'equazione [1] si può pensare di descrivere la modulazione BOC come una particolare BPSK per la quale il simbolo di *spreading* abbia una forma diversa. Si definisca:

$$q_{nT_s}(t) = \sum_{m=0}^{n-1} (-1)^m m_{T_s}(t - mT_s)$$

Questa non è altro che una porzione di onda quadra fatta da n semicicli. Andando a sostituire nella equazione [1] si ha:

se n è pari

se n è dispari

$$s_{BOC(f_s, f_c)}(t) = \sum_k a_k q_{nT_s}(t - knT_s) \quad [2]$$

$$s_{BOC(f_s, f_c)}(t) = \sum_k (-1)^k a_k q_{nT_s}(t - knT_s) \quad [3]$$

### Spettro e funzione di auto-correlazione delle modulazioni BOC

Per una modulazione BOC ideale, ovvero con una larghezza di banda infinita, la funzione di auto-correlazione è formata da una serie di segmenti connessi tra loro. In generale ci saranno picchi multipli e più passaggi per lo zero. Il numero dei picchi è pari a  $2n-1$ . Ogni picco sarà distanziato dal picco ad esso più vicino di  $T_s$  secondi. Se si indica con i l'indice dell'i-esimo picco si ha che il suo valore in ampiezza sarà:

$$A_i = (-1)^i \frac{(n - |i|)}{n} \quad i = 0, 1, \dots, n-1$$

Il passaggio per lo zero più prossimo al picco principale avviene all'istante:

$$t_0 = \frac{1}{4f_s - f_c}$$

Il supporto della funzione sarà  $2/f_c$ . Come si può notare dalla figura 1 si hanno nove picchi come previsto ed il picco secondario ha un'ampiezza di -0,8. Il primo passaggio per lo zero vicino al picco principale si ha approssimativamente a 54 ns. Lo spettro sarà:

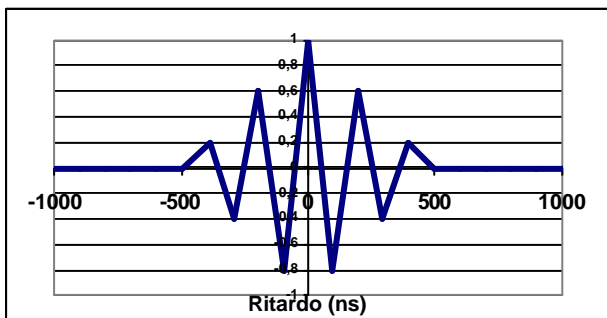


Fig. 1 Funzione di auto-correlazione per una modulazione BOC(5,2)

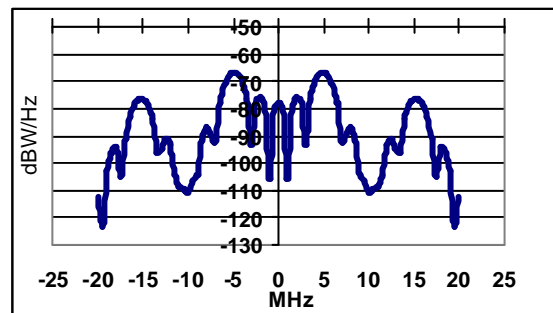


Fig.2 Densità Spettrale di Potenza della modulazione BOC(5,2)

per n pari

$$G_{BOC(f_s, f_c)}(f) = f_c \left( \frac{\tan\left(\frac{pf}{2f_s}\right) \sin\left(\frac{pf}{f_c}\right)}{pf} \right)^2 \quad [4]$$

per n dispari:

$$G_{BOC(f_s, f_c)}(f) = f_c \left( \frac{\tan\left(\frac{pf}{2f_s}\right) \cos\left(\frac{pf}{f_c}\right)}{pf} \right)^2 \quad [5]$$

Come si nota le due espressioni sono molto simili, l'unica cosa che le differenzia è che nella prima appare un termine in seno mentre nella seconda ne appare uno in coseno. È interessante notare che per n=1 l'espressione [5] diviene:

$$G_{BOC(f_c/2, f_c)}(f) = T_s \left( \frac{\sin(fT_s)}{pfT_s} \right)^2 \quad [6]$$

che è l'espressione della densità spettrale di potenze di una modulazione PSK-R (R sta per impulso rettangolare). Nella densità spettrale di potenza è possibile notare che la somma del numero dei lobi principali e dei lobi laterali compresi tra i principali è pari ad n ovvero al doppio del rapporto tra la frequenza della sottoportante ed il code rate. Riferendosi alla figura 2 è possibile verificarlo: per la BOC(5,2) n è pari a 2(5/2)=5 ed infatti si hanno tre lobi laterali tra i due principali.

Osservando la figura 3 si vede come lo spettro del segnale modulato BOC(5,2) giaccia principalmente in una banda che è inferiore ai 20 MHz; inoltre poiché n=5 è presente un lobo laterale nella frequenza centrale.

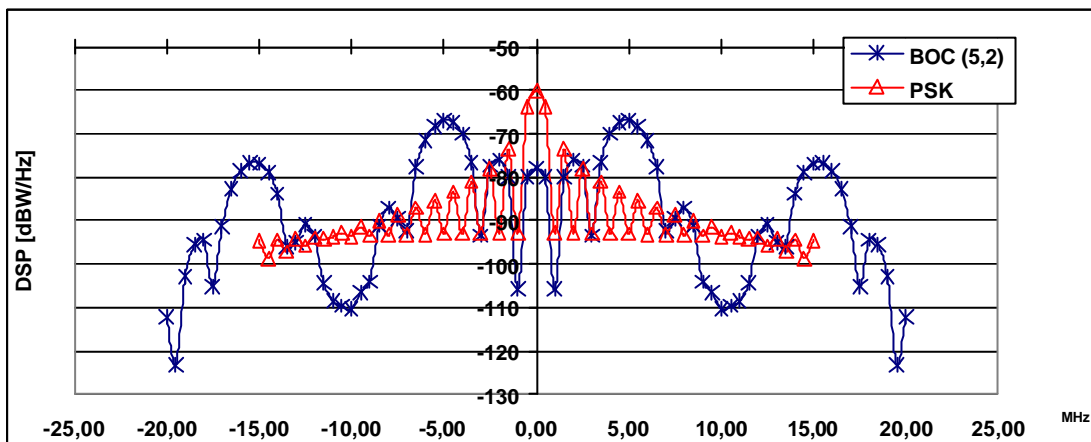


Figura 3 Densità spettrale di potenza delle modulazioni PSK-R e BOC(5,2)

I picchi spettrali cadono in frequenze dove i segnali civili già utilizzati hanno dei nulli. Il valore massimo assunto dalla potenza del segnale BOC è più di 6 dB inferiore al massimo del segnale PSK-R, ciò consente una migliore compatibilità spettrale. Riferendoci all'analisi condotta da Betz (i cui risultati sono riportati nella tabella 1) si introducono delle quantità che permettono un confronto tra modulazioni.

La prima è la banda RMS: tanto questa è maggiore tanto migliore è la capacità della modulazione, nell'ipotesi che gli errori siano abbastanza piccoli da poter utilizzare un'analisi di tipo linearizzato, di generare errori più piccoli nel *code-tracking*.

I coefficienti di separazione spettrale indicano quanto i segnali interferiscano l'un con l'altro. Più piccolo è il coefficiente di separazione spettrale di una modulazione con sé stessa (coefficiente di auto-separazione spettrale) migliore è la sua resistenza ad interferenze di accesso multiplo dovute ad altri segnali aventi lo stesso tipo di modulazione.

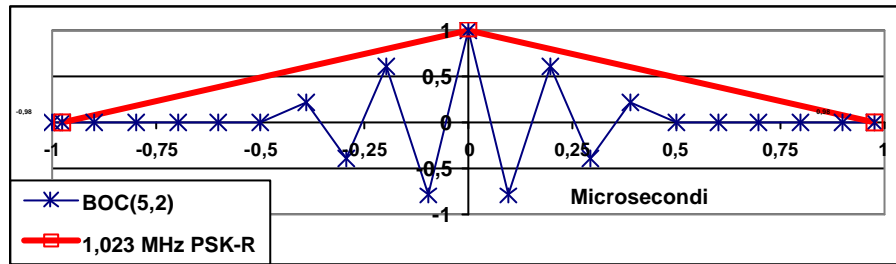


Fig.4 Confronto tra le funzioni di auto-correlazione normalizzate tra una modulazione BOC(5,2) ed una PSK-R

Osservando i valori riportati nella tabella 1 è possibile notare che la banda RMS della modulazione BOC(5,2) è molto più grande di quella della modulazione PSK-R 1,023 MHz. Ciò sta ad indicare la possibilità di poter ridurre l'errore RMS che si ha nell'operazione di *code-tracking* in condizioni di rumore bianco (o equivalenti) di un fattore 4. Inoltre la BOC(5,2) ha un coefficiente di separazione spettrale più piccolo di circa 7 dB rispetto alla PSK.R. Questo sta a significare che la prima offre delle prestazioni migliori rispetto alla problematica dell'interferenza che viene a crearsi tra i vari segnali nel caso di accesso multiplo.

Caratteristica	1,023 MHz PSK-R	BOC (5,2)
Scostamento del picco principale dal centro banda [MHz]	0	±4,9
Massimo della densità spettrale di potenza [dBW/Hz]	-60,1	-66,2
Ampiezza della banda in cui ricade il 90% della potenza [MHz]	1,6	11,9
Perdite fuori banda [dB]	0	0,1
Banda RMS [MHz]	1,1	4,8
Coefficiente di auto-separazione spettrale [dB/Hz]	-61,8	-68,7
Coefficiente di separazione spettrale con la 1,023 MHz PSK-R [dB/Hz]	-61,8	-77,2
Ritardo dal primo lobo laterale della funzione di auto-correlazione [ns]	0	101
Rapporto tra i quadrati delle ampiezze del primo lobo laterale e il picco principale.	0	0,57

Tabella 1 Confronto delle caratteristiche tra una BOC(5,2) ed una PSK-R 1,023 MHz

La separazione spettrale della BOC(5,2) dalla PSK-R 1,023 MHz è di circa 15 dB più bassa rispetto a quella della PSK da sé stessa: questo sta ad indicare che la presenza di questo segnale nella banda già utilizzata dai segnali GPS non crea alcun problema di interferenza con quelli già presenti.

In figura 4 è riportata la funzione di auto-correlazione: subito risalta la struttura a picchi multipli. Il primo picco della funzione di auto-correlazione è ben distante dal picco principale e ciò non crea problemi in ricezione per il *tracking* del lobo principale.

Le migliori prestazioni del ricevitore si ottengono processando entrambe le bande laterali del segnale. Tuttavia, poiché ognuna delle bande laterali contiene singolarmente tutte le informazioni necessarie alla corretta demodulazione, è possibile elaborare anche una sola banda laterale.

Un vantaggio nell'utilizzare l'elaborazione di una sola banda laterale sta nell'abbattimento dell'interferenza. Infatti attraverso l'utilizzo di circuiti semplici che permettono di rilevare quando si ha un'interferenza che oscura solo una banda laterale della modulazione BOC, il ricevitore si può riconfigurare automaticamente per elaborare l'altra banda laterale, che non è soggetta ad interferenza.

Il *code tracking* per un segnale che abbia entrambe le bande laterali è basato su una tecnica sviluppata per le modulazioni PSK-R. In questo lavoro sono state analizzate le prestazioni di una elaborazione detta N.E.L.P. (*Noncoherent Early Late Processing*).

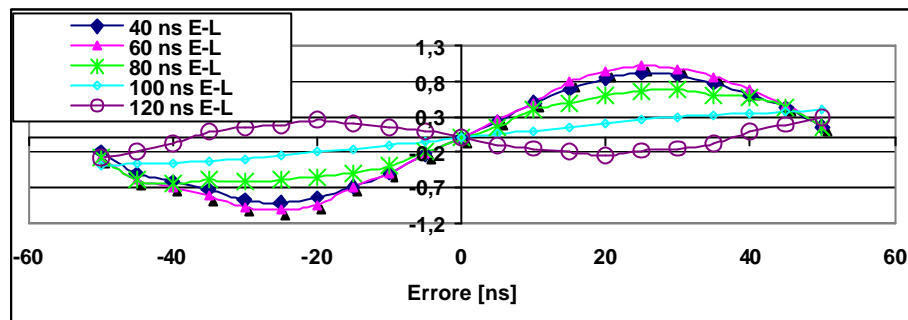


Figura 5 Curve S per le modulazioni BOC(5,2) con banda pari a 24 MHz

La curva S mette in relazione le correzioni prodotte da un discriminatore per un dato errore. In figura 5 è mostrata la curva S per una elaborazione NELP su di una modulazione BOC(5,2) con una banda pari a 24 MHz. Finché è utilizzato un intervallo E-L inferiore a 100 ns la curva appare ben bilanciata: se si osserva la curva relativa ad un E-L pari a 120 ns si nota come ci sia un cambio di concavità. Per un'analisi, relativa al primo ordine, delle prestazioni dell'errore del *code-tracking* nel caso di rumore bianco si possono utilizzare dei grafici che tracciano l'errore quadratico medio del *code tracking* in funzione dell'intervallo E-L.

In figura 6 è riportato il grafico per la modulazione BOC(5,2). In esso sono presenti due curve, una relativa ad un bit-rate del canale di 50 bps, l'altra relativa ad un bit rate più elevato. In entrambi i casi l'errore inizia ad assumere grosse proporzioni in corrispondenza di intervalli E-L prossimi ai 100 ns, ovvero in corrispondenza del cambiamento di concavità della curva S. Se si traccia lo stesso grafico ma relativamente ad un segnale limitato a 12 MHz di banda si vede che le prestazioni sono molto simili, quindi un restringimento della banda utilizzata non fa degradare le prestazioni. In una modulazione PSK-R invece questo causerebbe un aumento degli errori di circa il 50%. È evidente il vantaggio che si può ottenere da una situazione del genere in termini di semplicità dell'hardware, che si troverebbe a dover elaborare segnali con una banda più piccola.

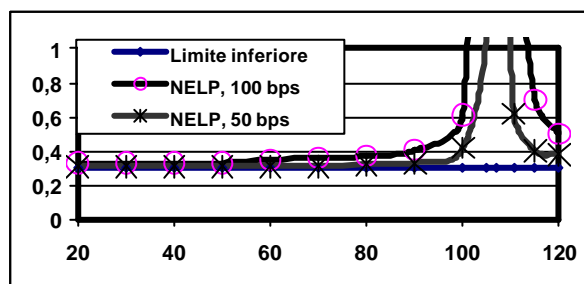


Figura 6 Errore RMS per una modulazione BOC(5,2) limitata in banda a 24 MHz

### Prestazioni in presenza di Multipath

Le prestazioni in presenza di multipath dipendono fortemente dalle caratteristiche del segnale ricevuto, ovvero dal tipo del segnale, dalla banda del segnale e dal code-rate. Il tipo e la banda del segnale determinano la forma della sua funzione di auto-correlazione. A partire da questa si ottiene la curva utilizzata per realizzare il corrispondente discriminatore di codice. Le analisi fatte si riferiscono all'utilizzo di un discriminatore del tipo E-L (early to late). Esso si ottiene andando a sottrarre una copia ritardata della funzione di auto-correlazione da una in anticipo dello stesso intervallo temporale ?. La determinazione della pseudorange è ottenuta tracciando i passaggi per lo

zero della curva descritta in precedenza. La presenza del multipath, che può essere schematizzato come un segnale interferente in ritardo (o anticipo) attenuato ha come effetto una deformazione della curva rispetto a quella originaria tracciata in assenza di multipath. Ciò comporta uno spostamento del passaggio per lo 0 pari a  $\frac{1}{2} R$ .

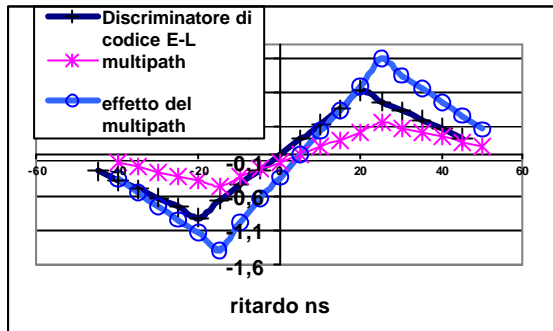


Fig. 7 Effetto del Multipath sul discriminatore E-L per una modulazione BOC(5,2)

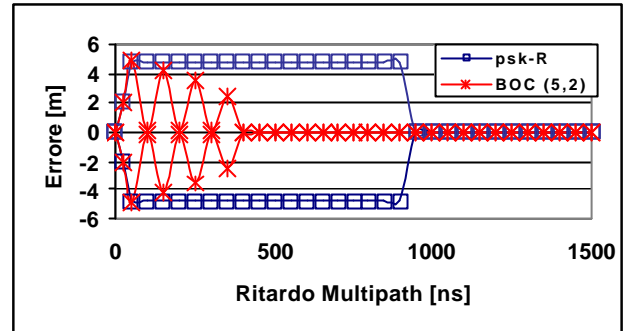


Fig.8 Confronto dell'errore dovuto al Multipath tra BOC(5,2) e PSK 1,023 MHz

## Conclusioni.

Le modulazioni di tipo BOC hanno molti buoni attributi. Poiché esse sono costanti in modulo ed hanno una fase binaria sono facili da implementare. Spostando la potenza dal centro banda esse offrono una migliore accuratezza nel *code-tracking* e una migliore resistenza al multipath. Inoltre esse offrono due parametri indipendenti (la frequenza della sottoportante  $f_c$  ed il code rate  $f_c$ ). In questo modo i progettisti hanno un grado di libertà in più che consente loro di concentrare la potenza del segnale in zone specifiche della banda, in modo tale da poter ridurre le interferenze con eventuali altri segnali in ricezione. Si è visto inoltre che la BOC (5,2) offre la possibilità di aggiungere un quarto segnale all'interno della banda di 24 MHz attualmente sfruttata dai segnali utilizzati per trasmettere i codici Y, M, C/A del sistema GPS, fornendo un potenziamento di questi ultimi.

## Bibliografia

- [1] Betz J. W., *The Offset Carrier Modulation for GPS Modernization*, Proceedings of The Institute of Navigation's National Technical Meeting, January 1999
- [2] Betz J. W. e D. B. Goldstein, *Modulation Designs for a fourth Signal within L1 and L2 Bands*, Proceedings of The Institute of Navigation's National Technical Meeting, January 2002
- [3] Betz J. W., *Binary Offset Carrier Modulation for Radionavigation*, Journal of The Institute of Navigation Vol. 48, No 4, Winter 2001-2002
- [4] Pany T., Irsigler M, Eissfeller B., *Code and Carrier Phase Tracking Performance of a Future Galileo RTK Receiver*, Institute of Geodesy and Navigation, University FAF Munich, Germany.