

CONTROLLO DELLE DEFORMAZIONI SECONDO UN APPROCCIO BAYESIANO: RAPPRESENTAZIONE DELL'INFORMAZIONE A PRIORI E DEFINIZIONE DEL CRITERIO DI TEST

Alberta ALBERTELLA (*), Noemi CAZZANIGA (*), Mattia CRESPI (**), Lucia LUZIETTI (**), Fausto SACERDOTE (***), Fernando SANSONO (*)

(*) DIAR – Sezione Rilevamento, Politecnico di Milano,
p.zza L. da Vinci, 32– 20133 Milano, tel. ++39-0223996504, fax. ++39-0223996530,
e-mail: alberta.albertella@polimi.it, noemi.cazzaniga@polimi.it, fernando.sanso@polimi.it
(**) DITS – Area di Geodesia e Geomatica, Università degli Studi di Roma “La Sapienza”,
via Eudossiana 18– 00184 Roma, tel. 06 44585097, fax. 06 44585515,
e-mail: mattia.crespi@uniroma1.it, lucia.luzietti@uniroma1.it
(***) DICA, Università di Firenze, via di S. Marta, 3– 50139 Firenze,
tel. ++39-0554796220, fax. ++39-055495333, e-mail: fausto@dicea.unifi.it

Riassunto esteso

Nel controllo di deformazioni di strutture o di movimenti franosi, spesso le tecniche tradizionali di analisi statistica non sono in grado di evidenziare spostamenti significativi quando la loro entità è relativamente piccola rispetto alla precisione delle misure. Ciò accade anche in quei casi in cui gli spostamenti rilevati mostrano una loro coerenza interna, per esempio hanno una direzione comune oppure sono in accordo con le ipotesi derivanti dalle indagini geologiche e geotecniche svolte sul sito in esame, per cui è ragionevole pensare che siano dovuti ad un reale fenomeno deformativo in atto. L'analisi statistica degli spostamenti con un approccio di tipo bayesiano permette invece di introdurre ipotesi a priori che rendono questo metodo statistico capace di rilevare eventuali movimenti significativi in anticipo rispetto all'analisi statistica classica.

Nella formulazione del teorema di Bayes

$$f(x | Y) = \frac{f(Y | x) \cdot f(x)}{\int f(Y | x) \cdot f(x) dx}$$

è infatti possibile valutare la probabilità a posteriori $f(x | Y)$ dei parametri x date le osservazioni Y a partire dalla distribuzione a priori $f(x)$ degli stessi parametri con cui si sintetizza lo stato di conoscenza su di essi prima di effettuare le osservazioni e dalla distribuzione $f(Y | x)$ delle osservazioni dati i parametri.

La distribuzione a posteriori rappresenta quindi il nuovo livello di conoscenza dei parametri ottenuto considerando l'informazione derivante dalle misure e dalle ipotesi fatte sul fenomeno in esame.

In questo lavoro si è ulteriormente sviluppato l'approccio di tipo bayesiano, già proposto in precedenti articoli, investigando il problema della rappresentazione stocastica dell'informazione a priori e della definizione di un criterio per stabilire la significatività degli spostamenti.

In particolare, il modello costruito considera, come osservazioni, le variazioni stimate delle coordinate dei punti definiti per il controllo delle deformazioni, mentre i parametri scelti sono rappresentati dal vettore degli spostamenti, dal sigma zero quadrato stimato e dalla probabilità p_B di avere spostamenti significativi.

Si è quindi utilizzato tale modello per valutare la significatività degli spostamenti stimati attraverso

un nuovo test: scelto un livello di significatività α e definita la statistica di test T_B a partire dalla probabilità p_B valutata a posteriori come

$$T_B = \frac{p_B}{1 - p_B}$$

è possibile accettare l'ipotesi di

$$\text{spostamenti non significativi se } T_B < \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}$$

$$\text{spostamenti significativi se } T_B > \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha}$$

Per mostrare l'efficacia di tale approccio è stato applicato il modello ad una serie di dati simulati ed è stato quindi confrontato con l'approccio classico.

Si è ipotizzato infatti di avere a disposizione le osservazioni di 10 campagne indipendenti di livellazione geometrica (Figura 1) riguardanti 10 capisaldi di cui 2 con quota nota ed i restanti 8 da controllare. Tali osservazioni sintetiche sono state generate a partire da 10 corrispondenti "deformate" (Figura 2) imponendo uno scarto quadratico medio pari a 0.5 mm. Il vettore dei parametri è quindi rappresentato dagli spostamenti altimetrici rispetto alla prima epoca presa come riferimento. Si noti la grandezza del rumore sovrainposto alle "deformate" originali rispetto ai corrispondenti spostamenti, in particolare per quanto riguarda le prime epoche ed i capisaldi vicini ai "nodi" (capisaldi 1, 7, 10).

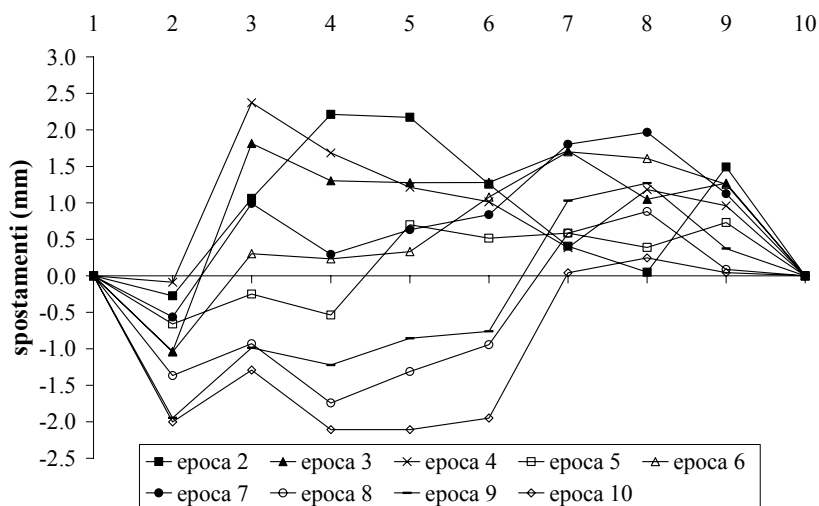


Figura 1 – Serie simulata delle variazioni di quota dei capisaldi

L'informazione a priori è stata introdotta ipotizzando un vettore degli spostamenti con una propria matrice dei cofattori opportunamente scelta (Albertella A. et al., 2005).

Sono stati quindi esaminati tre casi diversi: nel primo l'informazione a priori è stata derivata dalle stesse osservazioni a disposizione all'epoca in esame (caso1), nel secondo è stata derivata da ipotesi strutturali (caso 2) e nel terzo è stata invece inserita una informazione a priori errata invertendo la direzione degli spostamenti (caso 3).

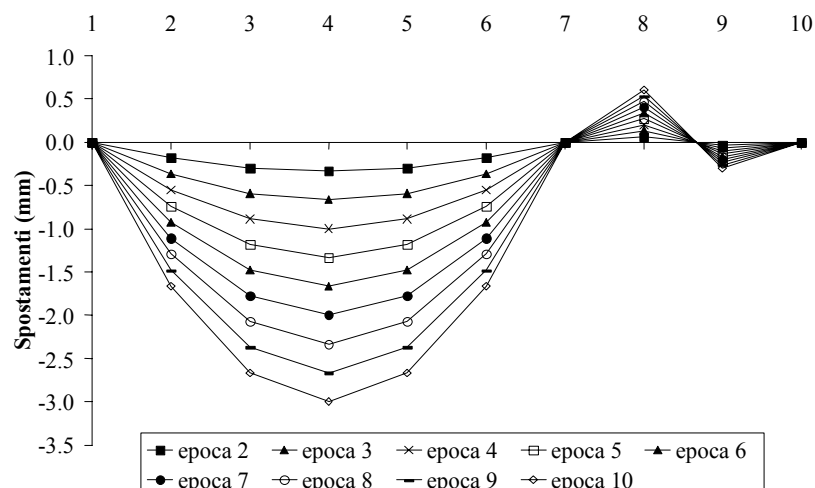


Figura 2 – “Deformate” originali

EPOCHE	APPROCCIO CLASSICO		APPROCCIO BAYESIANO caso 1		APPROCCIO BAYESIANO caso 2		APPROCCIO BAYESIANO caso 3	
	F_{sp}/F_{α}		$T_B/T_{B,\alpha}$		$T_B/T_{B,\alpha}$		$T_B/T_{B,\alpha}$	
	$\alpha=5\%$	$\alpha=1\%$	$\alpha=5\%$	$\alpha=1\%$	$\alpha=5\%$	$\alpha=1\%$	$\alpha=5\%$	$\alpha=1\%$
2	0.41	0.19	0.50	0.46	0.79	0.73	1.51	1.39
3	0.52	0.24	0.57	0.52	0.87	0.80	1.62	1.49
4	0.39	0.18	1.12	1.03	0.62	0.57	1.61	1.48
5	0.13	0.06	0.49	0.45	0.62	0.57	0.51	0.47
6	0.25	0.11	1.71	1.57	0.87	0.80	0.53	0.49
7	0.28	0.13	1.95	1.79	0.72	0.66	0.54	0.50
8	0.27	0.12	1.28	1.18	1.94	1.78	0.49	0.45
9	0.41	0.19	1.96	1.80	1.86	1.71	0.50	0.46
10	0.41	0.19	1.95	1.79	1.87	1.72	0.49	0.45

Tabella 2 – Rapporti tra le statistiche empiriche F_{sp} e T_B ed i corrispondenti valori critici F_{α} e $T_{B,\alpha}$

I risultati riportati in Tabella 1 mostrano che l’approccio bayesiano consente di identificare spostamenti significativi con informazione a priori corretta (caso 1) a partire dalla sesta epoca e dall’ottava (caso 2) mentre l’approccio classico non evidenzia mai spostamenti significativi. Infine, nel caso di una ipotesi a priori errata (caso 3) si evidenziano come significative le variazioni di coordinate relative alle prime 3 epoche, in quanto sono le più coerenti con il modello a priori; si comprende quindi l’importanza di scegliere ipotesi a priori corrette.

L’esempio proposto evidenzia che l’approccio bayesiano può essere uno strumento utile all’analisi delle deformazioni anche se in futuro si continuerà ad investigare su come rappresentare l’informazione a priori che rappresenta il punto cruciale del metodo.

Il presente lavoro è stato presentato in forma estesa a ISGDM 2005 - International Symposium on Geodetic Deformation Monitoring: From Geophysical to Engineering Roles University of Jaén, Spain - March 15-17, 2005.

Ringraziamenti

Il presente lavoro è stato parzialmente supportato da finanziamenti relativi al Progetto INGV-DPC 2005-2006 Vulcanologia – Subproject V3_1 – Colli Albani.

Bibliografia

Betti B., Crespi M., Sansò F. (1998), "Deformation Detection According to a Bayesian Approach", *IV Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy*, Trento, 83-88

Box G. E. P., Tiao G. C. (1992), *Bayesian Inference in Statistical Analysis*, Wiley Classics Library ed., New York Chichester Brisbane Toronto Singapore

Koch K. R. (1990), *Bayesian Inference with Geodetic Applications* Number 31 in Lecture Notes in Earth Sciences. Springer, Berlin Heidelberg New York

Albertella A., Cazzaniga N., Sansò F., Sacerdote F., M. Crespi, L. Luzietti (2005), "Deformations detection by a Bayesian approach: prior information representation and testing criteria definition", *Proceedings of ISGDM 2005 - International Symposium on Geodetic Deformation Monitoring: From Geophysical to Engineering Roles* University of Jaén, Spain - March 15-17, 2005, Springer, Berlin Heidelberg New York (sottomesso per la pubblicazione)