

LA MISSIONE GOCE E L'APPROCCIO SPACE-WISE ALL'ANALISI DEI DATI GRADIOMETRICI

Federica MIGLIACCIO (*), Mirko REGUZZONI (**), Nikolaos TSELFES (***)

(*) DIAR – Sez. Rilevamento, Politecnico di Milano, p.zza Leonardo da Vinci, 32 – 20133 Milano,
tel. + 39 02 23996507, fax + 39 02 23996530, e-mail federica.migliaccio@polimi.it

(**) OGS, c/o Politecnico di Milano - Polo Regionale di Como, via Valleggio, 11 – 22100 Como,
tel + 39 031 3327526, fax + 39 031 3327519, e-mail mirko@geomatrica.como.polimi.it

(***) DIAR – Sez. Rilevamento, Politecnico di Milano - Polo Regionale di Como, via Valleggio, 11 – 22100 Como,
tel + 39 031 3327521, fax + 39 031 332 7519, e-mail nikos@geomatrica.como.polimi.it

Riassunto

La missione GOCE di gradiometria da satellite ha come obiettivo la stima del campo gravitazionale terrestre con elevata accuratezza e risoluzione spaziale. Per analizzare i dati di questa missione sono stati proposti differenti metodi, uno dei quali è il cosiddetto approccio space-wise, sviluppato presso il Politecnico di Milano nell'ambito del consorzio europeo EGG-C (European GOCE Gravity Consortium), che riunisce università e centri di ricerca europei con esperienza nella stima del campo gravitazionale da satellite.

Tale approccio consiste principalmente nel filtrare le osservazioni nel tempo (nella banda di misura del gradiometro), produrre opportune griglie di valori di derivate seconde del potenziale su una sfera di riferimento alla quota del satellite e infine stimare i coefficienti dello sviluppo in armoniche sferiche del potenziale terrestre, risolvendo un problema al contorno. La procedura è ripetuta in maniera iterativa per recuperare l'informazione fuori dalla banda di misura dello strumento.

In questo lavoro vengono presentati i risultati di una simulazione basata su dati dell'ESA che coprono un periodo di tempo della durata di un mese.

Abstract

The satellite gradiometry mission GOCE is designed to estimate the Earth gravity field to a high degree of accuracy and spatial resolution. In order to analyse the data coming from this mission different methods have been proposed, one of them being the so-called space-wise approach, developed at Politecnico di Milano within the European Consortium EGG-C (European GOCE Gravity Consortium), which comprises universities and research centres with experience in the estimation of the gravity field from satellite data.

This approach mainly consists in filtering the observations in time (in the gradiometer measurement bandwidth), producing grids of values of second derivatives of the potential on a reference sphere at the satellite altitude, and finally in estimating the coefficients of a spherical harmonic expansion of the Earth gravity potential, solving a boundary value problem. The procedure is iterated in order to recover the information outside the instrumental measurement bandwidth.

In this paper we present the results of a simulation based on ESA data covering a time span equal to one month.

La missione GOCE

GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) è una missione di gradiometria da satellite dell'Agenzia Spaziale Europea (ESA) il cui lancio è previsto per Novembre 2006 (ESA, 1999). L'obiettivo principale di questa missione è la determinazione della parte stazionaria del campo gravitazionale terrestre con elevata accuratezza e risoluzione spaziale; in particolare i

requisiti della missione sono di stimare un modello globale in armoniche sferiche con un errore di commissione fino a grado 200 di 1 cm in termini di ondulazione del geode e di 1 ± 2 mgal in termini di anomalia di gravità, accuratèzze mai raggiunte in precedenza. Il principale strumento a bordo del satellite è un gradiometro triassiale costituito da tre coppie di accelerometri elettrostatici disposti su una terna ortogonale e in grado di misurare le derivate seconde del potenziale gravitazionale (i cosiddetti gradienti gravitazionali) lungo l'orbita. Un'altra informazione sul campo gravitazionale si ottiene dai dati di tracciamento dell'orbita tramite il ricevitore GPS a bordo del satellite, in combinazione con la misura delle forze non gravitazionali derivata dalle accelerazioni di modo comune del gradiometro. Questi due tipi di osservazioni sono tra di loro complementari: infatti i gradienti gravitazionali forniscono informazione soprattutto ai gradi elevati dello sviluppo in armoniche sferiche, ovvero i dettagli ad alta frequenza del campo, mentre il tracciamento dell'orbita del satellite permette di stimare con maggiore accuratezza i gradi bassi, ovvero il comportamento a bassa frequenza.

E' importante sottolineare come una più accurata modellizzazione del campo di gravità sarà utile in geodesia per migliorare la conoscenza del geode come superficie di riferimento per le quote ortometriche (facilitando l'unificazione dei sistemi di riferimento per le altezze e l'uso di moderni dispositivi di posizionamento, quale il GPS) e per fornire un valido supporto all'uso di sistemi di navigazione inerziale (INS) in termini di informazioni dettagliate sul campo della gravità. Inoltre saranno possibili numerose applicazioni in ambito di terra solida ed oceanografia, quali per esempio lo studio dei fenomeni nell'area del mantello superiore della crosta terrestre e una più approfondita comprensione dell'aumento del livello degli oceani e della dinamica relativa del livello medio dei mari.

Al fine di analizzare i dati provenienti dalla missione GOCE sono state sviluppate tre differenti metodologie per la stima del modello globale del campo gravitazionale: l'approccio diretto (Bruisma et al., 2004), l'approccio time-wise (Pail, Plank, 2002) e l'approccio space-wise (Migliaccio et al., 2004).

L'approccio space-wise

L'approccio space-wise consiste sostanzialmente nello stimare il modello globale del campo gravitazionale risolvendo un problema al contorno su una sfera di riferimento all'altezza media del satellite. In altre parole, si cerca di sfruttare la correlazione spaziale del campo per riportare le osservazioni su un grigliato sferico e poi applicare degli algoritmi numericamente efficienti di integrazione o di collocazione per stimare i coefficienti del modello.

Più precisamente l'approccio space-wise consiste nelle seguenti fasi.

- I dati di tracciamento del satellite (SST, Satellite to Satellite Tracking) sono utilizzati per stimare direttamente il potenziale gravitazionale lungo l'orbita attraverso il principio di conservazione dell'energia (Jekeli, 1999).
- Il potenziale gravitazionale così ottenuto e le osservazioni gradiometriche (in particolare le componenti diagonali del tensore gravitazionale, misurate con maggiore accuratezza) sono trasformate nel dominio delle frequenze e filtrate attraverso un filtro di Wiener (Papoulis, 1984) lungo l'orbita. A tal fine occorre calcolare lo spettro delle osservazioni, ovvero la trasformata di Fourier della loro funzione di covarianza. Questo filtraggio permette di ottenere delle serie temporali con un livello del noise molto inferiore a quello delle osservazioni iniziali e, per ciascuna di esse, permette di calcolare una ragionevole funzione di covarianza dell'errore di stima lungo l'orbita, da utilizzare nella successiva fase di interpolazione sul grigliato sferico. Occorre notare che il sistema di riferimento del gradiometro GRF (x,y,z) non è coincidente con il sistema di riferimento locale orbitale LORF (ξ : along-track; η : cross-track; r : radial). Quindi viene effettuata una prima stima delle componenti diagonali nel LORF, da usare nel filtro di Wiener, scrivendo la rotazione ma ignorando i termini relativi alle componenti non diagonali. Questi termini rimanenti sono poi corretti iterativamente.

- I dati filtrati, opportunamente riportati nel dominio del tempo, sono interpolati su una griglia sferica all'altezza media del satellite. Il potenziale lungo l'orbita e i gradienti gravitazionali sono trattati separatamente e quest'ultimi sono predetti in un sistema di riferimento locale geografico Est-Nord-Radiale (e,n,r). L'operazione di gridding è implementata attraverso un algoritmo di collocazione applicato ad aree locali di dati (Tscherning, 2005); in questo modo è possibile "omogeneizzare" osservazioni vicine nello spazio ma lontane nel tempo, filtrando eventuali comportamenti sistematici di lungo periodo.
- A partire dai valori grigliati, è possibile applicare un algoritmo di analisi armonica per stimare i coefficienti dello sviluppo in armoniche sferiche del potenziale gravitazionale. In particolare sono disponibili due diverse soluzioni: un algoritmo numericamente efficiente di collocazione, denominato Fast Spherical Collocation (FSC) (Sansò, Tscherning, 2003), che sfrutta in modo statistico una conoscenza a priori del campo gravitazionale in termini di "degree variances" (ovvero in termini di funzione di covarianza del campo) e un metodo di integrazione (INT) (Migliaccio, Sansò, 1989), che si basa sull'ortogonalità delle armoniche sferiche.
- Le osservazioni lungo l'orbita (ovvero il potenziale e i gradienti gravitazionali) sono sintetizzate a partire dai coefficienti armonici stimati sia per recuperare, attraverso un filtro di Wiener complementare, il segnale perso nel filtraggio iniziale, sia per reintegrare i termini della rotazione tra il sistema di riferimento del gradiometro GRF e il sistema orbitale LORF, termini legati alle componenti non diagonali del tensore. Dopo aver aggiunto queste due correzioni ai dati filtrati, le procedure di gridding e di analisi armonica vengono ripetute iterativamente fino a convergenza. Lo schema iterativo è noto essere rapidamente convergente sulla base di test numerici (Migliaccio et al., 2004).

In questo lavoro vengono presentati i risultati ottenuti con l'approccio space-wise applicato a dati simulati realistici.

Descrizione e risultati della simulazione

I dati di test utilizzati in questa simulazione sono stati forniti dall'Agenzia Spaziale Europea e sono stati ottenuti tramite un simulatore E2E (end-to-end) della missione GOCE. Tali dati coprono un intervallo di tempo di un mese, con osservazioni campionate alla frequenza di 1 secondo. In particolare i gradienti gravitazionali, misurati nel sistema di riferimento strumentale GRF (x,y,z), sono calcolati dal modello globale EGM96 fino a grado e ordine 360 e sono contaminati con un noise fortemente colorato, legato principalmente alla risposta in frequenza degli accelerometri del gradiometro. Occorre notare che in questa simulazione solo le componenti diagonali del tensore gravitazionale (ovvero T_{xx} , T_{yy} e T_{zz}) sono state prese in considerazione, in quanto le altre componenti sono caratterizzate da un livello del noise molto più elevato, specialmente T_{xy} e T_{yz} . L'orbita del satellite, in termini di posizione e velocità, è simulata, senza noise, sempre a partire dal modello globale EGM96, ma fino a grado e ordine 50. Infine sono anche fornite le accelerazioni differenziali e di modo comune fra le coppie di accelerometri che costituiscono il gradiometro.

In realtà nella simulazione qui presentata l'algoritmo basato sulla conservazione dell'energia non è stato usato per stimare il potenziale gravitazionale lungo l'orbita, che è stato direttamente sintetizzato a partire da EGM96 fino a grado e ordine 360, coerentemente con i dati gradiometrici. Alla serie temporale del potenziale è stato aggiunto un noise bianco con deviazione standard di $0.3 \text{ m}^2/\text{s}^2$, corrispondente ad un errore orbitale di circa 3 cm.

Occorre infine notare che sia al potenziale lungo l'orbita sia ai gradienti gravitazionali sono stati sottratti i coefficienti dei primi 24 gradi dello sviluppo in armoniche sferiche.

In figura 1 sono riportate le densità spettrali di potenza (PSD) dei segnali da trattare con l'approccio space-wise e dei relativi noise simulati, utili per costruire il filtro di Wiener. Il potenziale T e le derivate seconde radiali T_{rr} sono filtrate congiuntamente al fine di sfruttare le caratteristiche spettrali complementari dei due segnali: infatti il potenziale T porta informazioni soprattutto a bassa frequenza dove il rapporto segnale/rumore è molto elevato, mentre la derivata seconda T_{rr} è meno rumorosa ad alta frequenza. Le altre due componenti diagonali del tensore gravitazionale sono

filtrate separatamente. Il risultato complessivo dell'operazione di filtraggio è una significativa riduzione dell'errore dei segnali lungo l'orbita, come mostrato in tabella 1.

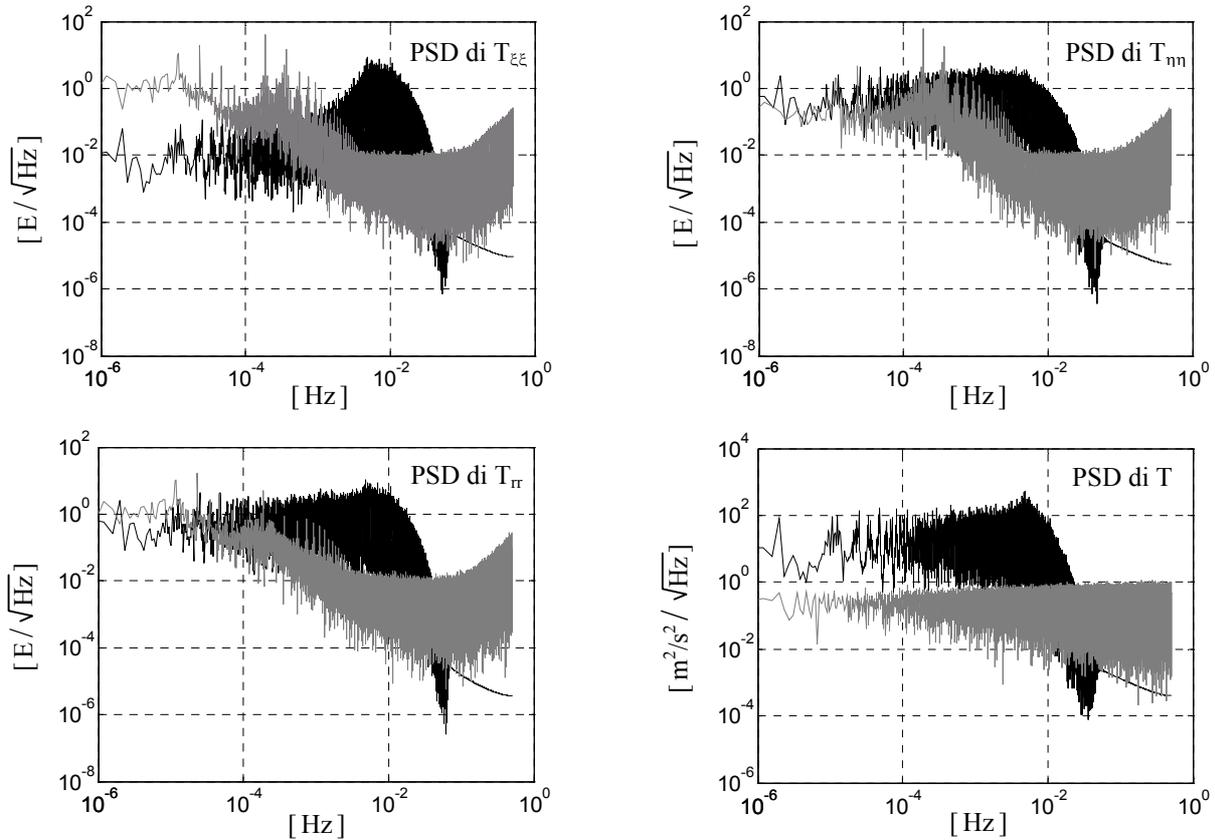


Figura 1 – Densità spettrali di potenza (PSD) del segnale (nero) e del noise (grigio)

r.m.s.	$T_{\xi\xi}$ [mE]	$T_{\eta\eta}$ [mE]	$T_{\tau\tau}$ [mE]	T [m ² /s ²]
prima del WF	269.2	246.8	548.0	0.299
dopo il WF	4.369	24.428	9.968	0.088

Tabella 1 – Errori empirici lungo l'orbita prima e dopo l'applicazione del filtro di Wiener (WF)

Per quanto riguarda l'operazione di gridding, questa è implementata tramite collocazione applicata a una finestra mobile di $10^\circ \times 10^\circ$ (con 2° di sovrapposizione). La griglia finale ha una risoluzione di $0.72^\circ \times 0.72^\circ$, che permette di analizzare dati fino a grado 250 senza introdurre aliasing. Poiché la derivata seconda nella direzione “cross-track” $T_{\eta\eta}$ presenta un errore elevato (vedi tabella 1) si è preferito non considerarla nella fase di gridding; le altre due componenti $T_{\tau\tau}$ e $T_{\xi\xi}$ sono state invece trattate congiuntamente per produrre una griglia sferica di valori di $T_{\tau\tau}$ e una di $T_{\eta\eta}$ ($n = \text{nord}$). Il potenziale T , infine, è stato interpolato separatamente sulla stessa griglia sferica. Occorre notare che per ridurre i tempi di calcolo tutti i dati filtrati (che peraltro presentano una forte correlazione temporale) sono stati sottocampionati con una frequenza di 5 secondi. In tabella 2 sono riportati gli errori quadratici medi empirici per le diverse griglie prodotte, che risultano inferiori rispetto a quelli lungo l'orbita.

r.m.s.	$T_{\eta\eta}$ [mE]	$T_{\tau\tau}$ [mE]	T [m ² /s ²]
gridding	3.04	8.41	0.0675

Tabella 2 – Errori empirici sulla griglia sferica dopo l'applicazione della collocazione

Una volta prodotti i valori grigliati è possibile stimare i coefficienti dello sviluppo in armoniche sferiche con l’algoritmo di FSC o per integrazione. Entrambi i metodi sono stati qui applicati, ottenendo risultati molto simili, come mostrato in figura 2 in termini di “error degree variances” (ovvero in termini di potenza dell’errore, grado per grado). Occorre notare che nel caso dell’integrazione solo le griglie di T e T_{rr} sono utilizzate e danno luogo a due differenti stime dei coefficienti armonici. Queste sono poi combinate con pesi inversamente proporzionali alle rispettive “error degree variances”. L’algoritmo di FSC invece permette di usare tutti i dati disponibili, compresa la griglia di T_{nn} , in un unico passo. I coefficienti stimati tramite FSC sono quelli utilizzati nelle successive iterazioni.

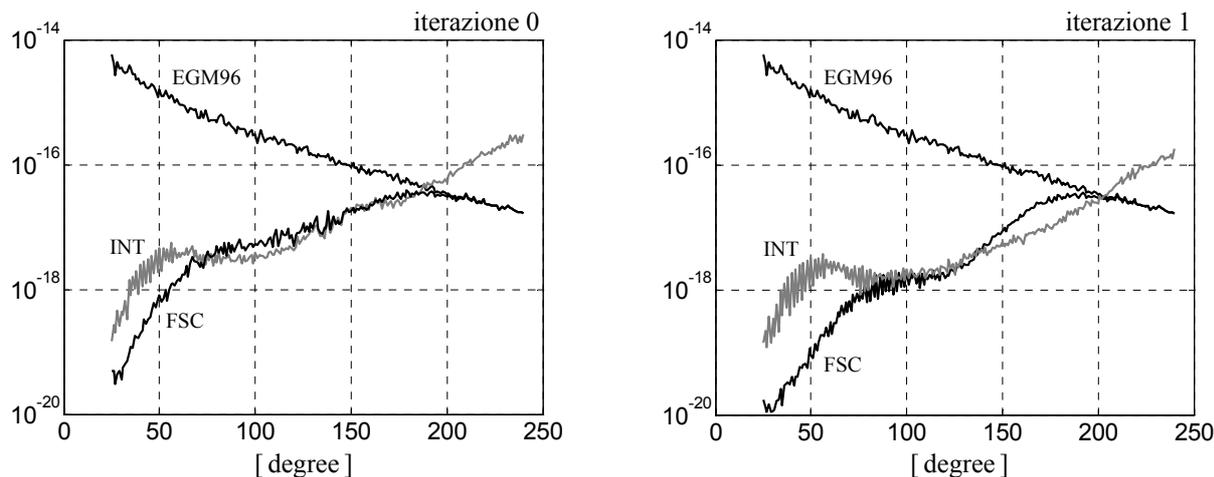


Figura 2 – Error degree variances dei coefficienti stimati all’iterazione 0 (a sinistra) e all’iterazione 1 (a destra)

Ottenute le stime dei coefficienti è possibile calcolare sia la correzione della rotazione fra GRF e LORF sia quella legata al filtro di Wiener complementare.

Dopo aver applicato queste correzioni, vengono ripetute le operazioni di gridding e di analisi armonica, ottenendo una nuova stima dei coefficienti del potenziale (vedi figura 2). La risoluzione limite fino a grado 200 è raggiunta da entrambi i metodi di analisi armonica, tuttavia si noti come la Fast Spherical Collocation abbia prestazioni migliori a gradi bassi, mentre l’integrazione lavori meglio a gradi alti. Questo suggerisce lo studio di una soluzione combinata.

Tutta la procedura è poi ripetuta iterativamente fino a convergenza. In tabella 3 sono riportati gli errori lungo l’orbita ad ogni iterazione per le varie grandezze osservate. Il miglioramento è significativo alla prima iterazione, mentre già alla seconda iterazione è praticamente trascurabile, indicando che il metodo è giunto a convergenza. In generale, due o tre iterazioni del metodo sono sufficienti per ottenere un risultato stabile.

r.m.s.	$T_{\xi\xi}$ [mE]	T_{nn} [mE]	T_{rr} [mE]	T [m^2/s^2]
iterazione 0	4.369	24.428	9.968	0.088
iterazione 1	1.333	10.447	3.685	0.054
iterazione 2	1.323	10.406	3.618	0.054

Tabella 3 – Errori empirici lungo l’orbita ad ogni iterazione dello schema space-wise

Per quanto riguarda l’accuratezza del modello stimato, l’errore complessivo (escluse le calotte polari), espressa in termini di anomalia di gravità, è pari a 5 mgal fino a grado 200. Sebbene questo risultato non soddisfi ancora il requisito iniziale di missione, occorre tener presente che le osservazioni simulate coprono solo un periodo di un mese e che, in aggiunta, i dati sono stati sottocampionati di un fattore 5 nella fase di gridding. Di conseguenza ci si attende un significativo

miglioramento, sia in termini di accuratezza che di risoluzione spaziale, quando saranno disponibili dati per tutti i dodici mesi della missione.

Conclusioni e sviluppi futuri

La simulazione numerica qui presentata mostra che l'approccio space-wise all'analisi dei dati GOCE è in grado di stimare un modello globale del campo gravitazionale in armoniche sferiche fino a degree 200. La simulazione si è rivelata molto utile per verificare il software e il metodo stesso, oltre che per identificare possibili miglioramenti. Tuttavia alcuni aspetti di questo approccio (come per esempio la dimensione ottimale della finestra mobile nella fase di gridding) non sono stati effettivamente testati, disponendo solamente di un mese di dati simulati.

Per quanto riguarda il lavoro futuro, il primo passo è l'introduzione nelle prossime simulazioni dell'algoritmo di stima del potenziale basato sulla conservazione dell'energia, sfruttando anche l'informazione delle accelerazioni di modo comune (ovvero le forze non gravitazionali che agiscono sul satellite). Si prevede inoltre di utilizzare la derivata seconda T_{xz} , che, fra le tre componenti non diagonali del tensore gravitazionale, è quella misurata con maggior precisione.

Fra tutte le varie fasi dell'approccio space-wise, particolare attenzione deve essere rivolta al gridding, per esempio applicando preventivamente una omogeneizzazione statistica del campo osservato e cercando di adattare localmente le funzioni di covarianza da utilizzare nella collocazione.

Infine resta aperto il problema di un'eventuale combinazione fra l'algoritmo di Fast Spherical Collocation e l'analisi armonica per integrazione.

Ringraziamenti

Questo lavoro è stato svolto nell'ambito del contratto ESA 18308/04/NL/NM (GOCE High-level Processing Facility).

Si ringrazia inoltre il Prof. Carl Christian Tscherning dell'Università di Copenhagen per il supporto fornito nella fase di gridding dei dati.

Bibliografia

Bruinsma S., Marty J.C., Balmino G. (2004). "Numerical simulation of the gravity field recovery from GOCE mission data". *Proc. of 2nd International GOCE User Workshop*, Frascati, Marzo 2004.

ESA (1999). *Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Mission*. ESA SP-1233 (1). ESA Publication Division, c/o ESTEC, Noordwijk, Olanda.

Jekeli C. (1999). "The Determination of Gravitational Potential Differences from Satellite-to-Satellite Tracking". *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Vol. 75, pp. 85-101.

Migliaccio F., Sansò F. (1989). "Data Processing for the Aristoteles Mission". *Proc. of Italian Workshop on the European Solid-Earth Mission Aristoteles*, Trevi, Maggio 1989, pp. 91-123.

Migliaccio F., Reguzzoni M., Sansò F. (2004). "Space-wise approach to satellite gravity field determination in the presence of coloured noise". *Journal of Geodesy*, Vol. 78, pp. 304-313.

Pail R., Plank G. (2002). "Assessment of three numerical solution strategies for gravity field recovery from GOCE satellite gravity gradiometry implemented on a parallel platform". *Journal of Geodesy*, Vol. 76, pp. 462-474.

Papoulis A. (1984). *Signal analysis*. McGraw Hill, New York.

Sansò F., Tscherning C.C. (2003). "Fast spherical collocation: theory and examples". *Journal of Geodesy*, Vol. 77, pp.101-112.

Tscherning, C.C. (2005). "Testing frame transformation, gridding and filtering of GOCE gradiometer data by Least-Squares Collocation using simulated data". *Proc. of IUGG General Assembly*, Sapporo, Luglio 2003, pp. 277-282.