

IMPIEGO DI TECNICHE GIS PER L'UTILIZZO DI MODELLI DI PIENA GEOMORFOLOGICI

Michele DI NATALE(*), Maria MAIETTA(*), Giuseppina MEROLA(**)

(*) Seconda Università degli Studi di Napoli, Dipartimento di Ingegneria Civile, tel.:081/5010212, fax: 081/5037370;
e-mail: michele.dinatale@unina2.it; maria.maietta@libero.it;

(**) Autorità di bacino Nord-Occidentale della Campania, tel.:081/7504924; fax: 081/7504925;
e-mail: merola.giuseppina@libero.it.

Abstract

I modelli di formazione dei deflussi di piena forniscono una descrizione matematica dei processi idrologici che si svolgono nel bacino quando questo è interessato da un evento meteorico intenso. Nella letteratura, molto ampia su tale argomento, particolare interesse è rappresentato dalla teoria di Rodriguez-Iturbe et alii relativa alla definizione dell' Idrogramma Unitario Istantaneo Geomorfologico (GIUH), basato sull'idea di analizzare il processo di trasformazione afflussi-deflussi utilizzando sia le caratteristiche idrologiche del bacino che quelle geomorfiche.

Le applicazioni della metodologia richiedono, pertanto, la definizione di parametri geomorfologici che è necessario ricavare da apposita cartografia tematica del bacino.

Nella memoria, dopo una descrizione idrologica del modello GIUH, vengono analizzati i singoli parametri del modello stesso, con particolare riferimento a quelli geomorfologici e alla loro determinazione mediante l'impiego di tecniche GIS. In particolare, la metodologia utilizzata prevede la modellazione dello spazio geografico a partire da un DTM del bacino, ottenuto mediante l'utilizzo di carte topografiche vettoriali in scala 1:5000. Un esempio applicativo del metodo descritto è stato utilizzato per la definizione dell'idrogramma di piena del torrente Moschiano (AV).

The main models for streamflows provide a mathematical description of hydrologic processes taking place in a drainage basin during a rainfall. In literature an interesting case is represented by the Rodriguez-Iturbe et alii theory, concerning with the definition of the Geomorphologic Instantaneous Unit Hydrograph (GIUH), based on the analysis of rainfall-runoff modelling by using both the hydrologic features of drainage basin and the geomorphologic ones. So, to apply the described method, it's necessary to define the geomorphologic parameters deriving them from cartography.

In this work, after a brief description of GIUH, the parameters of the model are described with particular attention to geomorphologic ones derived by GIS. In particular, the space model is obtained from a DTM of the drainage basin, built by topographic map to a scale of 1:5000. An application of the described method is used to obtain the Moschiano river's runoff hydrographs.

L'Idrogramma Unitario Istantaneo IUH

La maggior parte dei modelli proposti per lo studio della trasformazione della pioggia netta in deflusso superficiale appartiene alla categoria dei modelli lineari e stazionari, per i quali la relazione tra l'ingresso $p(t)$ e l'uscita $q(t)$ assume la forma di un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti la cui soluzione per condizioni iniziali omogenee è data dall'integrale di convoluzione:

$$q(t) = \int_0^t p(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau \quad [1]$$

dove la funzione $h(t)$, che ha le dimensioni dell'inverso di un tempo, viene detta Idrogramma Unitario Istantaneo (*Istantaneous Unit Hydrograph, IUH*) e individua univocamente il sistema al pari dell'equazione differenziale che lo definisce; l'*IUH* rappresenta l' idrogramma di piena conseguente ad una precipitazione netta impulsiva unitaria, ovvero di volume unitario e durata infinitesima.

Spesso i modelli adottati nella pratica per schematizzare la risposta di un bacino alle sollecitazioni meteoriche sono costituiti da una combinazione in serie e/o in parallelo di modelli lineari e stazionari elementari (serbatoio e canale lineare).

Il modello di *Nash* (*Nash, 1960*) assimila il comportamento del bacino idrografico a quello di n serbatoi collegati in serie, caratterizzati dal medesimo valore della costante di invaso k .

Come è noto l'*IUH* corrispondente a una cascata di n serbatoi lineari ha la seguente espressione:

$$h(t) = \left(\frac{t}{k}\right)^{n-1} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{k}}}{(n-1)!k} \quad [2]$$

L'*IUH* può anche essere interpretato come la funzione di densità di probabilità del tempo di permanenza nella rete idrografica di una goccia d'acqua caduta in un punto a caso del bacino stesso, vale a dire del tempo che intercorre tra l'istante in cui la generica particella liquida di pioggia netta si forma sul suolo e quello in cui essa si presenta alla sezione di chiusura. Questa interpretazione dell'*IUH* sta alla base delle teorie geomorfologiche della risposta impulsiva che consentono di mettere in relazione l'*IUH* con alcune caratteristiche salienti dell'assetto morfologico della sua rete idrografica.

L'interpretazione probabilistica suggerisce la possibilità di scegliere per la descrizione dell'*IUH* una delle numerose funzioni di densità di probabilità reperibili in letteratura.

L'Idrogramma Unitario Istantaneo Geomorfologico GIUH

L'idea di base nella unificazione di un *IUH* di un bacino idrografico con la sua geomorfologia attraverso un approccio probabilistico è contenuta nella teoria di *Rodriguez-Iturbe* (*Rodriguez-Iturbe et al., 1979; Gupta et al., 1980*), che segue la teoria cinetica per ottenere le equazioni macroscopiche (deterministiche) di trasporto sulla base di alcuni postulati statistici sulle dinamiche di un gran numero di molecole con deboli interazioni (statisticamente indipendenti).

Se la struttura della rete di drenaggio di un bacino idrografico segue con buona approssimazione le leggi di *Horton-Strahler* (*Strahler A.N., 1964*) è possibile dimostrare che l'*IUH* assume una forma particolare alla quale viene attribuito il nome di Idrogramma Unitario Istantaneo Geomorfologico *GIUH* (*Rodriguez-Iturbe et al., 1979; Gupta et al., 1980*), definito attraverso la seguente equazione:

$$h(t) = \sum_{s \in S} p(s) \cdot f_{T_s}(t) \quad [3]$$

nella quale S rappresenta l'insieme dei possibili percorsi s che, da un punto qualsiasi del reticolo, conducono alla sua sezione di uscita, $p(s)$ la probabilità che ha una goccia di compiere proprio il percorso s ed, infine, f_{T_s} la funzione di densità di probabilità dei tempi di attesa T_s delle gocce d'acqua nel percorso s . La probabilità $p(s)$ è espressa in funzione delle sole caratteristiche topologiche e geometriche del reticolo idrografico, mentre la forma assunta dalla f_{T_s} varia in funzione dei fenomeni dinamici che regolano il trasporto nei canali. La definizione dell'insieme S dei possibili percorsi s dipende, invece, dallo schema ordinativo del reticolo, che individua i possibili stati nei quali la goccia d'acqua può trovarsi. Nel caso dello schema ordinativo di *Horton-Strahler* uno stato coincide con uno degli ordini gerarchici del reticolo e, pertanto, risulta costituito da tutti i canali aventi un predefinito ordine.

Sebbene la struttura matematica del *GIUH* sia piuttosto complessa, esso risulta equivalente all'*IUH* del modello di *Nash* in cui i parametri n e k possono essere stimati mediante i risultati dell'analisi geomorfica del bacino idrografico.

Entrambi i modelli, quindi, possono essere sviluppati sulla base di considerazioni geomorfologiche; tuttavia il modello di *Nash* dipende da tali caratteristiche in minima parte in quanto esse sono utilizzate esclusivamente per la stima dei due parametri del modello n e k , mentre il modello di *Rodriguez-Iturbe* è strettamente dipendente dalla geomorfologia del bacino in quanto i parametri presenti nell'espressione generale del modello sono legati fortemente alle caratteristiche geomorfometriche della rete idrografica ed alle caratteristiche geometriche e geomorfologiche dell'intero bacino idrografico.

Analisi geomorfica di un bacino idrografico mediante GIS

La morfometria, o analisi geomorfica quantitativa (*Strahler, 1984; Puglisi, 1986*), ha come oggetto la misura delle forme, ovvero delle caratteristiche geometriche del rilievo o di qualsiasi elemento naturale di un bacino idrografico.

I caratteri morfometrici del bacino possono essere classificati sulla base delle proprietà lineari, areali e del rilievo (*Ferro, 2002*). In particolare, ai fini della presente applicazione, sono descritte nel seguito solo alcune delle proprietà suddette.

Due proprietà lineari significative dei reticoli idrografici sono il numero di segmenti N_i e la lunghezza media L_i dei segmenti di ciascun ordine i (*Ferro, 2002*).

Nonostante il valore di N_i diminuisca molto rapidamente con l'ordine i , il rapporto tra il numero di segmenti di un ordine, cioè N_i , e quello di ordine successivo, N_{i+1} , denominato *rapporto di biforcazione* R_b

$$R_b = \frac{N_i}{N_{i+1}} \quad [4]$$

si mantiene quasi costante. Si definisce *rapporto di biforcazione medio* $\overline{R_b}$, e si considera rappresentativo dell'intero bacino, la media dei rapporti di biforcazione dei segmenti di differente ordine i che costituiscono il reticolo idrografico del bacino.

Per gli N_i segmenti di ordine i , aventi ciascuno una generica lunghezza (in proiezione orizzontale) $L_{i,j}$, si può calcolare la lunghezza media L_i :

$$L_i = \sum_{j=1}^{N_i} \frac{L_{i,j}}{N_i} \quad [5]$$

e definire il *rapporto delle lunghezze* R_l tra le lunghezze medie dei segmenti di ordini adiacenti i e $i+1$:

$$R_l = \frac{L_{i+1}}{L_i} \quad [6]$$

Relativamente alle proprietà areali, la forma planimetrica del bacino condiziona alcuni fenomeni idrologici che in esso si verificano come i tempi di trasferimento delle gocce di pioggia cadute sul bacino stesso.

Il bacino può essere suddiviso in sottobacini di alimentazione per ciascun segmento di ordine i . In particolare i segmenti di secondo ordine raccolgono oltre i deflussi provenienti dai segmenti del primo ordine anche le acque provenienti dai sottobacini di ordine 1 e 2.

Il *rapporto delle aree* R_a (*Schumm, 1956*), è dato dalla seguente relazione

$$R_a = \frac{A_{i+1}}{A_i} \quad [7]$$

dove A_i è l'area media drenata dal segmento di ordine i .

Determinazione dell'IUH e del GIUH per il bacino idrografico di Moschiano (AV)

E' presentata, nel seguito, un'applicazione del modello *IUH* (Nash, 1960) e del modello *GIUH* (Rodriguez-Iturbe et al., 1979) relativa al bacino idrografico del torrente di Moschiano (AV) appartenente al più ampio bacino dei Regi Lagni.

Il bacino idrografico del torrente di Moschiano (Fig. 1) si estende su una superficie di circa 13.5 kmq con un perimetro di circa 15.8 km. Il punto a quota minima del bacino è individuato nella sezione di chiusura (224m.s.m.) mentre la quota massima è pari a 1107m.s.m.. Il reticolo idrografico risulta ben ramificato e le sue aste fluviali sono caratterizzate da un ordine gerarchico massimo di *Horton-Strahler* pari a 4. L'asta principale di ordine 4 si sviluppa su una lunghezza di circa 7 km (L_{Ω}).

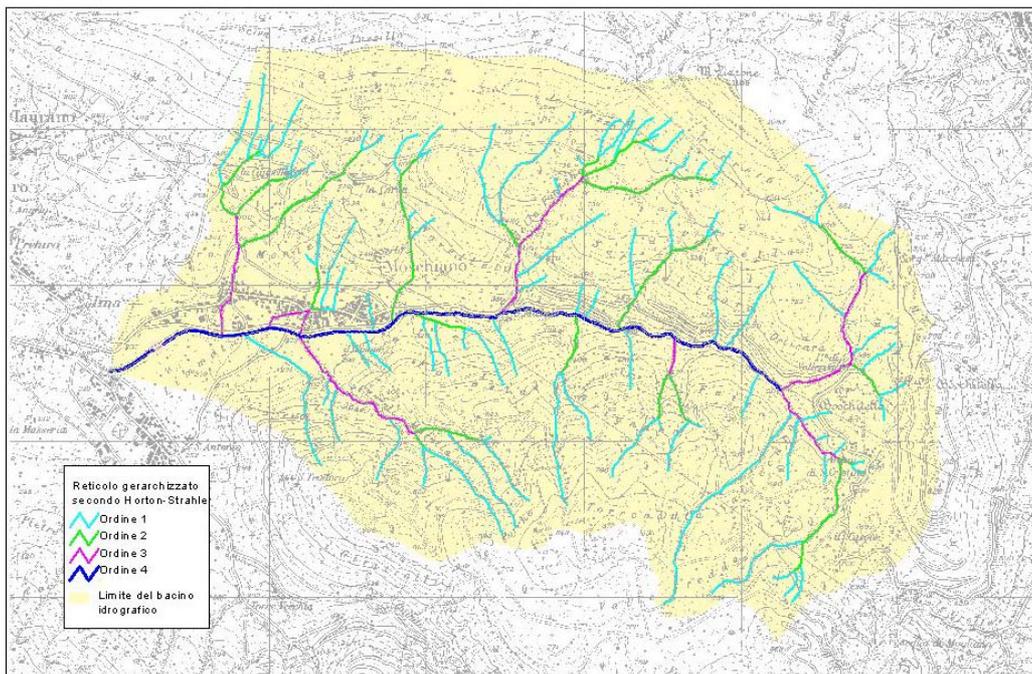


Figura 1 – Inquadramento territoriale del comune di Moschiano

Con riferimento alle proprietà morfometriche lineari già definite in precedenza, nella tabella 2 sono elencati alcuni dati relativi al bacino idrografico del torrente di Moschiano

Ordine Horton-Strahler	Numero aste	Rapporto biforcazione	Lunghezza media Aste	Lunghezza cumulata aste	Lunghezza Aste ordine i	Rapporto Lunghezze
i	N_i	R_b	$L_i \text{ medio [Km]}$	$L_i^* \text{ [Km]}$	$L \text{ [Km]}$	R_l
1	90	-	0.34	0.34	30.67	-
2	24	3.75	0.41	0.75	9.91	1.21
3	8	3.00	0.68	1.43	5.42	1.64
4	1	8.00	4.90	6.33	4.90	7.23

Tabella 2 – Proprietà lineari del bacino idrografico del torrente di Moschiano

Dai dati presenti nella tabella 2 si deduce che:

- il rapporto di biforcazione medio è pari a $\overline{R_b} = 4.92$;
- il rapporto delle lunghezze medio è pari a $\overline{R_l} = 3.36$.

Il bacino idrografico di Moschiano è stato, inoltre, suddiviso in sottobacini di alimentazione per ciascun segmento di ordine i .

In tabella 3 sono riportati i dati relativi ai sottobacini del bacino di Moschiano attraverso i quali è stato calcolato il *rapporto della aree*.

Ordine Horton-Strahler	Numero sottobacini di ordine i	Area media Sottobacini	Rapporto delle aree	Rapporto delle aree medio
i	N	$A_i [Km^2]$	R_a	$\overline{R_a}$
1	90	0.081	1.45	4.08
2	59	0.039	4.20	
3	35	0.038	6.60	
4	23	0.087	-	

Tabella 3 – Proprietà areali del bacino idrografico del torrente di Moschiano

L'utilizzo di tecniche GIS ha reso possibile l'individuazione del bacino idrografico relativo al torrente Moschiano (su cartografia vettoriale in scala 1:5000), il tracciamento e il calcolo in automatico del perimetro e dell'area del bacino, l'individuazione del reticolo idrografico e la sua gerarchizzazione secondo il metodo di *Horton-Strahler*; la determinazione dei parametri morfometrici del bacino, la ricerca e il calcolo delle proprietà lineari, areali e del rilievo, la creazione del *T.I.N.* (*Triangular Irregular Network*) per la modellazione tridimensionale del bacino (Fig. 4).

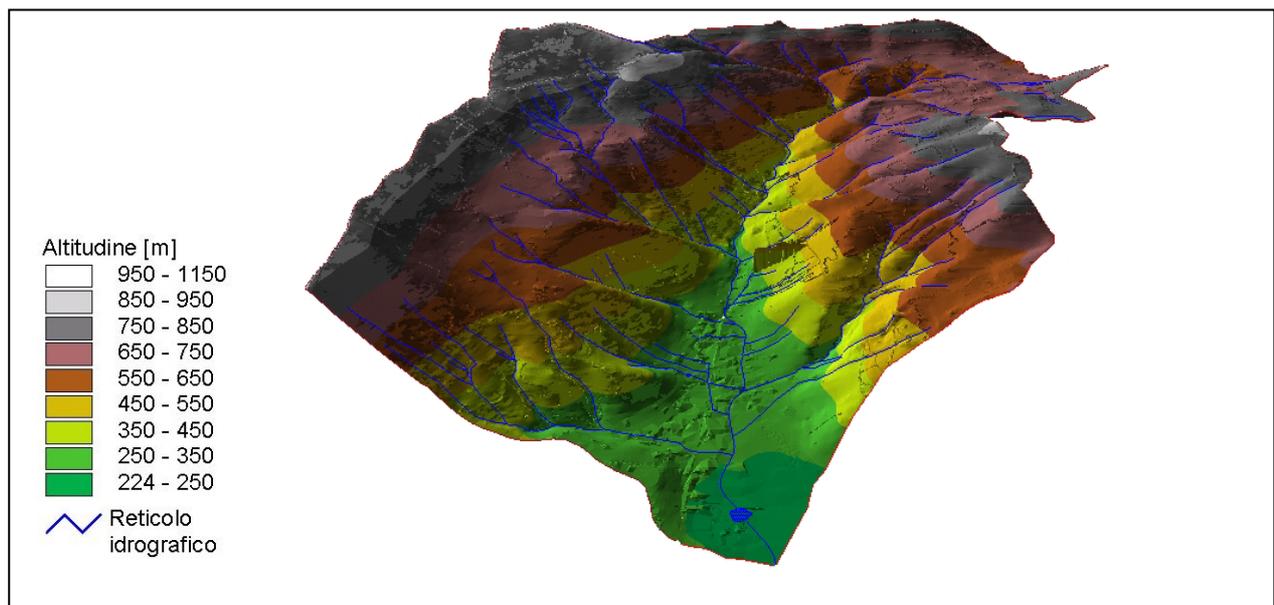


Figura 4- Modello tridimensionale T.I.N. del bacino di Moschiano

Lo scopo dello sviluppo del modello di *Nash*, in questa nota, è la definizione di un *IUH* che sia confrontabile con il *GIUH*; a questo proposito si è sviluppato tale modello per k calcolato secondo la relazione [8] (*Moisello, 1999*),

$$k = 0.70 \cdot \left(\frac{\overline{R_a}}{R_b \cdot R_L} \right)^{0.48} \cdot \frac{L_\Omega}{v} \quad [8],$$

(dove v indica un parametro cinematico rappresentativo della velocità media di propagazione dei deflussi nella rete idrografica) e per n calcolato secondo la relazione [9] (*Moisello, 1999*),

$$n = 1.584 \cdot \frac{L_\Omega}{k \cdot v} \cdot R_B^{0.55} \cdot R_A^{-0.55} \cdot R_L^{-0.38} + 1 = 4 \quad [9]$$

utilizzando i relativi parametri geomorfologici del bacino calcolati precedentemente.

L'IUH risultante per il bacino in esame, considerando una velocità di propagazione dei deflussi pari a 2 m/s, è riportato in figura 5.

Sulla base delle considerazioni di carattere geomorfologico fornite da Rodriguez-Iturbe, è stato possibile individuare l'insieme S dei possibili percorsi s che una goccia d'acqua, una volta giunta al

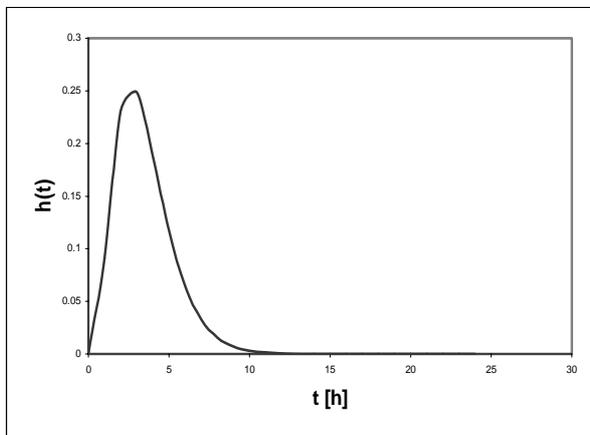


Figura 5- IUH [n=4] caratteristico del bacino idrografico del torrente di Moschiano [V=2.00m/s]

suolo, può seguire per raggiungere la sezione di chiusura; e, quindi, la probabilità di occorrenza p(s), come probabilità degli eventi composti, per cui risulta:

$$p(s) = \theta_i \cdot P_{ij} \cdot P_{jk} \cdot \dots \cdot P_{l\Omega} \quad [10]$$

dove la probabilità θ_i iniziale, cioè la probabilità che la goccia d'acqua cada sul versante di ordine i da cui si origina il percorso, è calcolata considerando il rapporto tra l'area totale direttamente drenata in canali di ordine i e la superficie totale del bacino (per cui coincide con il rapporto A_i/A tra le aree dei sottobacini di ordine i e l'area totale del bacino), mentre le probabilità di transizione $P_{ij}, P_{jk}, \dots, P_{l\Omega}$, relative alle transizioni nel percorso ij, jk, ..., lΩ, vengono stimate durante l'analisi geomorfica quantitativa del reticolo, estratto dal D.T.M.. La ij-esima probabilità di transizione viene stimata per mezzo del rapporto tra il numero di canali di ordine i drenanti in canali di ordine j e il numero totale di canali di ordine i.

La funzione di probabilità del tempo di attesa è espressa dalla seguente funzione esponenziale (Rodriguez-Iturbe et al., 1980):

$$f_{T_s}(t) = \lambda_i \cdot e^{-\lambda_i \cdot t} \quad [11]$$

In definitiva, l'espressione generale del GIUH secondo il modello di Rodriguez-Iturbe è:

$$h(t) = \sum_{s \in S} \sum_{i=1}^j C_{i,j} e^{-\lambda_i \cdot t} \cdot p(s) \quad [12]$$

Nella tabella 6 sono riportati i valori dei parametri calcolati dalle relazioni [11] e [12] per il fissato valore della velocità media della corrente pari a 2 m/s:

Velocità media della corrente	Tempo medio di attesa ordine i	Parametro λ_i	Parametro C_{ij}	Parametro C_{ij}	Parametro C_{ij}	Parametro C_{ij}
V=cost	$1/\lambda_i$	λ_i	$C_{1,4}$	$C_{2,4}$	$C_{3,4}$	$C_{4,4}$
2.00	0,0473	8,7444	-3.121	5.9235	-3.629	0.8279
	0,0573	7,2172				
	0,0941	4,3961				
	0,6806	0,6079				

Tabella 6 – Parametri caratteristici dei possibili percorsi di una goccia d'acqua

Il GIUH che ne deriva è rappresentato nella Figura 7:

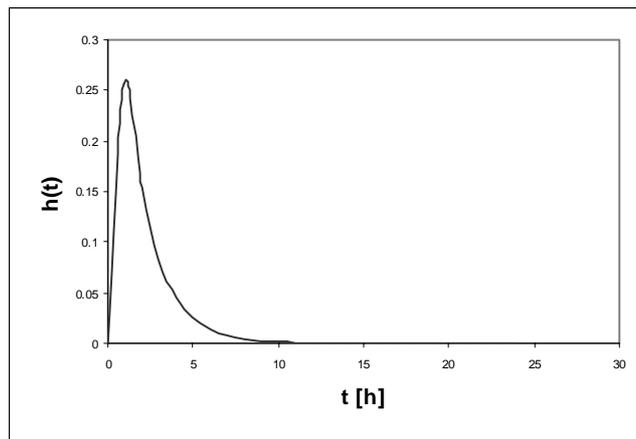
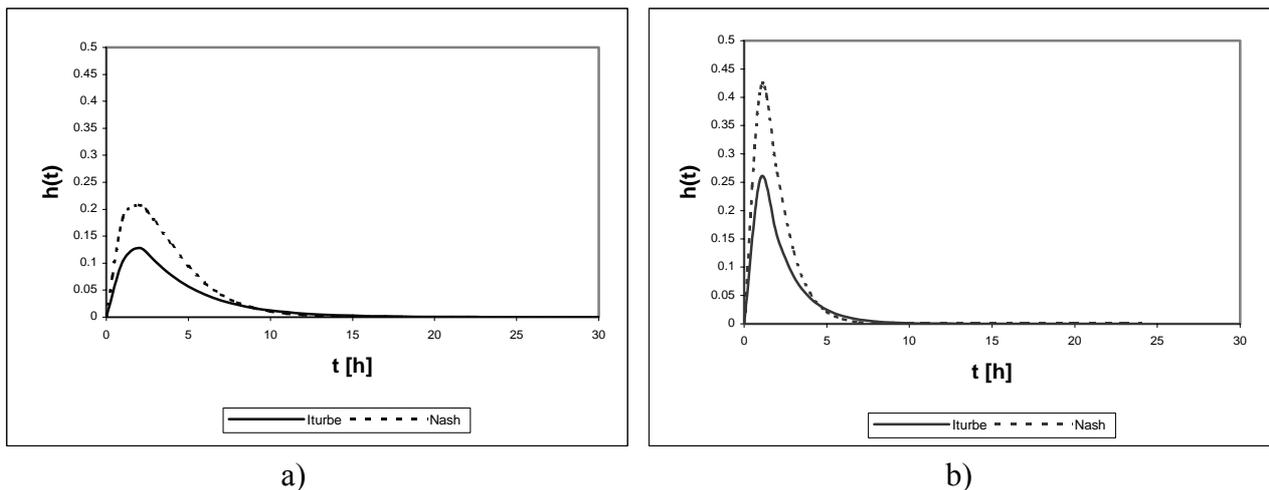


Figura 7- GIUH caratteristico del bacino idrografico del torrente di Moschiano [$V=2.00\text{m/s}$]

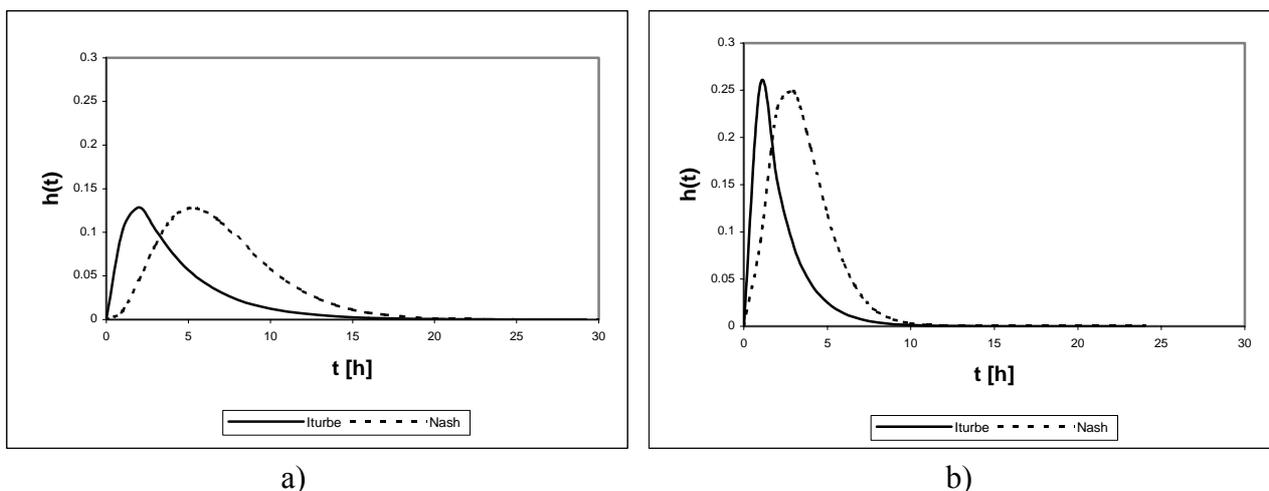
Si riportano di seguito i diagrammi che sintetizzano il confronto tra l'IUH e il GIUH per il bacino oggetto dello studio per un numero di serbatoi pari a 2 e 4 e valori della velocità media della corrente nell'alveo pari a 1 e 2 m/s:



a)

b)

Figura 8-Confronto tra il GIUH e l'IUH [$n=2$] caratteristici del bacino idrografico del torrente di Moschiano [a): $V=1\text{m/s}$, b): $V=2\text{ m/s}$]



a)

b)

Figura 9-Confronto tra il GIUH e l'IUH [$n=4$] caratteristici del bacino idrografico del torrente di Moschiano [a): $V=1\text{m/s}$, b): $V=2\text{ m/s}$]

Conclusioni

Dall'analisi comparativa degli idrogrammi unitari ottenuti con il modello di Rodriguez-Iturbe e con il modello di Nash, è possibile vedere che sia il GIUH che l'IUH sono influenzati fortemente dal parametro della velocità media della corrente nell'alveo in quanto da quest'ultimo dipendono i parametri caratteristici dei due modelli. Tuttavia, a parità di velocità media della corrente nell'alveo, i risultati forniti dall'IUH, con riferimento ai valori del colmo di piena, sono, con buona approssimazione, confrontabili con quelli forniti dal GIUH nel caso in cui nel modello di Nash il bacino sia schematizzato da un numero n di serbatoi pari a 4; nel caso in cui il bacino sia schematizzato con un numero di serbatoi inferiore a 4, i valori del colmo di piena ottenuti con il modello di Nash risultano pari a circa il doppio rispetto a quelli ottenuti con il modello di Rodriguez-Iturbe. Inoltre, il GIUH presenta una curva di concentrazione più (o meno) ripida rispetto a quella dell'IUH per $n=4$ (per $n=2$), il che equivale a dire che il tempo di attesa del colmo dell'IUH è maggiore (minore) del tempo di attesa del colmo del GIUH; lo sfasamento del colmo dell'IUH rispetto al colmo del GIUH decresce all'aumentare della velocità media della corrente nell'alveo. Infine, gli idrogrammi unitari, a parità della velocità media della corrente nell'alveo, sia per il GIUH che per l'IUH, si esauriscono nel medesimo tempo.

In definitiva, si evince la buona concordanza dei due metodi con riferimento alla stima del colmo di piena ma non alla contemporaneità della stessa. In tal senso si sottolinea la forte influenza del parametro velocità media della corrente e, pertanto, la necessità, per una corretta applicazione dei metodi, di tarare gli stessi mediante la conoscenza di dati storici (idrogrammi misurati).

Bibliografia

- Burrough P., McDonnell R. (1998), *Principles of Geographic Information Systems*, Oxford University Press.
- Clark C.O. (1945), *Storage and the unit hydrograph*, American Society of Civil Engineers, vol. 110.
- Ferro V. (2002), *La sistemazione dei bacini idrografici*, McGraw-Hill.
- Gupta V.K. et al. (1980), *A representation of an instantaneous unit hydrograph from geomorphology*, Water Resources Research, vol. 16, n. 5, pp. 862-885.
- Moisello U. (1999), *Idrologia tecnica*, La Goliardica Pavese.
- Nash E.J. (1960), *A unit hydrograph study, with particular reference to British catchments*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, vol. 17.
- Puglisi S. (1986), *Appunti di Morfometria*, Atti del XXIII Corso di Cultura in Ecologia, Sezione Selvicoltura, Ecologia e Pianificazione, Università degli Studi di Padova, San Vito di Cadone 8-13 Settembre.
- Puglisi S. (1982), *Modello geometrico del bacino idrografico*, Quaderni di Idronomia Montana, vol. 1, pp. 57-68.
- Rodriguez-Iturbe I. et al. (1996), *On Hack's law*, Water Resources Research.
- Rodriguez-Iturbe I., Valdes J.B. (1979), *The geomorphologic structure of hydrologic response*, Water Resources Research, vol. 15, n. 6, pp. 1409-1420.
- Rodriguez-Iturbe I. et al. (1982), *A geomorphoclimatic theory of the instantaneous unit hydrograph*, Water Resources Research, vol. 18, n. 4, pp.877-886.
- Rosso R. (1984), *Nash model relation to Horton order ratios*, Water Resources Research, vol. 20, n. 7, pp. 914-920.
- Schumm S.A. (1956), *Evolution of drainage system and slopes in badlands at Perth Amboy, New Jersey*, Geological Society American Bulletin, 67.
- Strahler A.N. (1964), *Quantitative geomorphology of drainage basis and channel networks*, in: V.T. Chow, *Handbook of Applied Hydrology*, Section 4, McGraw-Hill, New York.
- Strahler A.N. (1984), *Geografia Fisica*, Piccin, Padova.
- Tomirotti M. (2003), *Modelli matematici di formazione dei deflussi di piena*, Editoriale Bios.