

Reti bayesiane per il controllo topografico di spostamenti

Maria Grazia D'Urso^(a), Antonella Gargiulo^(b), Salvatore Sessa^(c)

^(a) DICeM –Dipartimento di Ingegneria Civile e Meccanica - Università degli Studi di Cassino e del Lazio Meridionale, Via G. Di Biasio, 43 – 03043 Cassino (FR); fax:089 2580897; duroso@unicas.it;

^(b) Ingegnere -Formia (LT); antonellagargiulo85@gmail.com;

^(c) Department of Structures for Engineering and Architecture, University of Naples Federico II, Via Claudio 21, 80125 Napoli, sal.sessa@gmail.com

Abstract: Le reti bayesiane sono il risultato della convergenza tra la Metodologia Statistica Bayesiana e la legge di probabilità. In questo lavoro si generalizza la metodologia bayesiana, introducendo la possibilità di considerare contemporaneamente spostamenti di più punti di una struttura e correlazioni tra tutte le osservabili coinvolte. Dopo aver richiamato alcune nozioni di teoria, su cui si basano gli sviluppi metodologici della teoria bayesiana, si definiscono le assunzioni fondamentali che permettono di rappresentare in modo efficiente la distribuzione di probabilità congiunta di un insieme di variabili e il processo di inferenza probabilistica, ovvero, il calcolo delle probabilità di un evento che coinvolge variabili del dominio condizionatamente a qualsiasi altro evento. Successivamente si applica la logica delle reti bayesiane ad un caso di studio rappresentato dallo schema strutturale di una capriata metallica "a forma di vela", su cui è stato impostato uno schema di rete bayesiana per un'analisi di previsione degli abbassamenti dei nodi della capriata. Tali abbassamenti nodali, determinati nell'analisi degli effettivi abbassamenti misurati nel corso di due distinte campagne di misure, vengono confrontati con gli spostamenti previsti da progetto. Al termine del processo inferenziale è nota, in ciascun nodo della rete bayesiana, la maggior probabilità che si verifichi uno spostamento stimato da progetto.

1. Introduzione

Il controllo di spostamenti di un'infrastruttura, delle deformazioni o movimenti lenti di porzioni di terreno può essere eseguito ripetendo, periodicamente, campagne di misure topografiche e determinando le differenze fra le posizioni di target fissati in punti predefiniti alle diverse epoche. Come è noto dalla teoria del trattamento delle osservazioni, è necessario adottare opportuni metodi statistici per verificare la significatività delle differenze ottenute, ossia occorre verificare che esse siano effettivamente dovute a spostamenti e non ad errori di misura.

Per tener conto delle informazioni "a priori" riguardanti gli spostamenti di insieme dovuti al processo di deformazione, si può adottare un approccio di tipo bayesiano, che permette di introdurre ipotesi a priori che rendono questo metodo statistico capace di rilevare eventuali movimenti significativi in anticipo rispetto all'analisi statistica classica. Con un approccio bayesiano si potrebbe, in un problema di controllo, ridurre il numero delle ripetizioni di osservazioni necessarie ad individuare uno spostamento.

Le reti bayesiane, in congiunzione con le tecniche statistiche Markov Chain e Monte Carlo utilizzate per risolvere una rete bayesiana, facilitano l'associazione fra la rappresentazione del dominio, la conoscenza "a priori" e i dati. Tale conoscenza "a priori" del dominio è importante, specialmente quando i dati sono scarsi o la loro acquisizione è particolarmente onerosa sotto un profilo economico. L'uso di reti bayesiane permette di risolvere problemi simili anche quando non è disponibile nessun esperimento al riguardo.

Per ottenere le relazioni tra i dati bisogna conoscere la struttura della rete (structure learning) e apprenderne i parametri (parameter learning).

In particolare l'obiettivo di questo lavoro è lo sviluppo del metodo cosiddetto di "apprendimento automatico" delle reti bayesiane da un set di dati derivanti da rilievi topografici di alta precisione.

L' "apprendimento automatico", noto in letteratura come "machine learning", si occupa della realizzazione di sistemi e algoritmi che si basano su osservazioni che vengono utilizzate come input in una rete probabilistica per conoscere la probabilità di accadimento di altre variabili interessate. Questo processo viene chiamato in letteratura "processo inferenziale" e permette, quindi, di determinare l'aggiornamento (a posteriori) della distribuzione di probabilità per una o più variabili del dominio basandosi sui valori noti a partire dalle osservazioni.

2. Rete bayesiana per un caso studio

Lo studio tecnico di reti bayesiane è stato applicato su un caso reale rappresentato da una rete geometrica di spostamenti di una struttura di copertura metallica. Il punto di partenza dello studio è stato fornito da due campagne di misure topografiche, la prima eseguita il 28 febbraio 2015 e la seconda il 22 marzo 2015, relative alla determinazione di spostamenti dei nodi di una struttura in fase di realizzazione, rappresentata da una copertura metallica "a forma di vela" di uno spazio adibito ad uso sportivo.

Realizzata in acciaio, ampia circa 40 m x 50 m, è costituita da un'orditura primaria di travi in acciaio costituita da 9 correnti in profili tubolari a sezione quadrata e puntoni verticali in piatti sagomati. La carpenteria metallica è completata da un'orditura secondaria in profili a sezione quadrata realizzata con 13 correnti e da nodi di collegamento. Di seguito si riporta lo schema geometrico assonometrico sui cui nodi numerati sono state effettuate le sessioni di misure topografiche. I rilievi sono stati effettuati in corso di realizzazione dell'opera, al termine dell'installazione delle orditure in acciaio, al fine di valutare gli spostamenti che si verificavano per il solo effetto del peso proprio della struttura e di controllarli con i risultati del modello di calcolo.

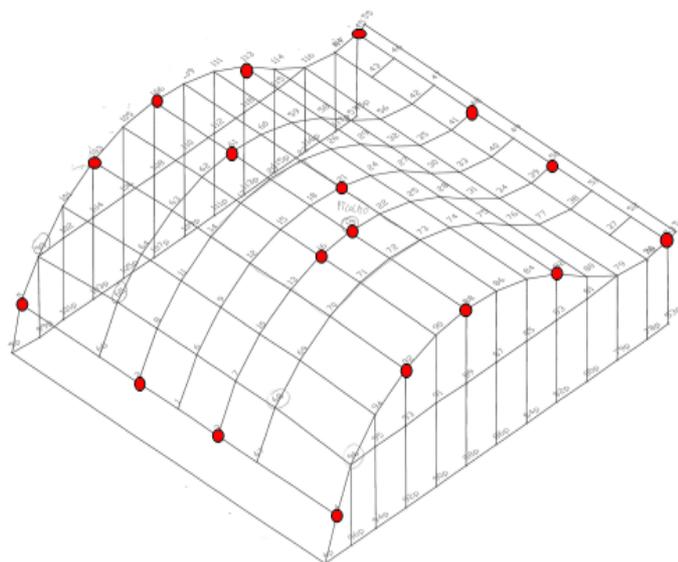
In corrispondenza dei nodi sono stati posizionati 94 target, riportati in Figura 2 (b), e di ciascun punto sono stati misurati distanza ridotta e angoli azimutale e zenitale.

Tuttavia la rete, oggetto di analisi bayesiana, è costituita soltanto da 18 punti considerati i più critici ed evidenziati in rosso nella Figura 3 (a): di questi 14 sono disposti lungo il perimetro della capriata e 4, invece, sulle due travi di colmo.



Figura 2 – Struttura (a) e Target posizionati in corrispondenza dei nodi della struttura metallica oggetto di studio (b)

Lo schema geometrico analizzato è stato oggetto di attività di rilevamento topografico ad alta precisione con impiego di una stazione totale robotizzata Leica TPR 305, una stazione totale con innovative tecnologie ottiche ed elettroniche. Il problema è stato semplificato assumendolo monodimensionale, e cioè valutando i soli spostamenti verticali; quindi sono state trascurate, le correlazioni tra le posizioni planimetriche dei vertici materializzati della rete. Dalle misure di angoli azimutali, zenitali e distanze sono state calcolate le coordinate nodali.



Target	Z _{Febbraio} [m]	Z _{Marzo} [m]
5	2.104862	2.044688
103	6.699921	6.641457
106	7.547846	7.486530
113	6.186326	6.127835
45	3.984066	3.938086
48	3.961980	3.904306
50	3.964270	3.910218
53	4.016172	3.951600
82	6.191537	6.132470
88	7.537745	7.483738
92	6.678969	6.619585
4	2.101707	2.045437
3	2.139384	2.079672
2	2.139901	2.079416
61	7.550593	7.496081
21	7.428238	7.357290
19	7.541229	7.458407
16	7.396085	7.314307

Δ	Δz _{Febbraio} [m]	Δz _{Marzo} [m]	Δu [m]
Δ 103-5	4.595059	4.596769	0.001710
Δ 106-103	0.847925	0.845073	0.002852
Δ 113-106	1.361521	1.358695	0.002826
Δ 45-113	2.202260	2.189749	0.012511
Δ 48-45	0.022086	0.033780	0.010694
Δ 50-48	0.002291	0.005912	0.004621
Δ 53-50	0.051902	0.041383	0.010519
Δ 82-53	2.175364	2.180870	0.005505
Δ 88-82	1.346209	1.351268	0.005060
Δ 92-88	0.858779	0.864153	0.005377
Δ 4-92	4.577262	4.574148	0.003114
Δ 3-4	0.037677	0.034234	0.003443
Δ 2-3	0.000517	0.000256	0.000773
Δ 5-2	0.035039	0.034748	0.000311
Δ 61-106	0.002747	0.009551	0.006804
Δ 21-61	0.122355	0.138791	0.016436
Δ 19-21	0.112991	0.101117	0.011874
Δ 16-19	0.145144	0.144100	0.000944
Δ 88-16	0.141660	0.169431	0.010199

Figura 3 – (a) Rappresentazione assonometrica dello schema geometrico della rete; (b) Variazioni quote dei target.

Poiché si è posta l'attenzione solo sugli spostamenti verticali della struttura, si riportano nella tabella di figura 3 (b) i valori delle coordinate z dei target ricavate dalle misure relative alle sessioni di misura di febbraio e di marzo; le variazioni in quota tra punti della rete, Δ, e, infine, gli spostamenti differenziali ottenuti come la differenza tra le variazioni in quota ottenute dalle due sessioni di misura:

$$\Delta u = \Delta z_{\text{febbraio}} - \Delta z_{\text{marzo}}$$

2.1 Costruzione della rete bayesiana

I passi fondamentali nella costruzione di una rete di tipo bayesiano sono la definizione della struttura dei legami fra le variabili e, in seguito, la definizione delle probabilità condizionate fra i nodi.

Tutte le variabili del modello sono caratterizzate da una distribuzione di probabilità relativa ai possibili stati. Tale distribuzione può essere definita a priori qualora la variabile in oggetto non abbia "variabili parents" (genitori); diversamente viene definita come probabilità condizionata. Le variabili indipendenti sono quelle che appaiono nella facciata del software GeNIe di elaborazione delle probabilità congiunte di più variabili; le altre sono interne e non visibili all'utente.

Pertanto i nodi che hanno maggior probabilità di verificare uno spostamento atteso da progetto saranno quelli per i quali viene imposta l'evidenza costituita dagli spostamenti misurati durante le due campagne di osservazioni. La Figura 4 (a) rappresenta schematicamente la "Bayesian Network" costruita sull'anello di rilevazione; lì dove compaiono i tratteggi, mancano altri nodi che vengono numerati di conseguenza.

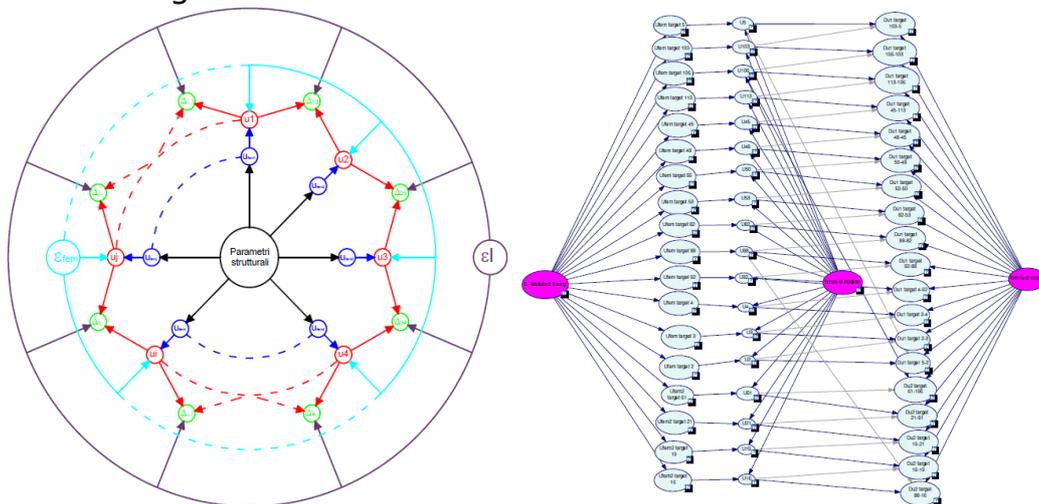


Figura 4 – (a) Schema della rete bayesiana; (b) Struttura del modello creato su GeNIe 2.0

Nel network sono rappresentate le variabili generali denominate "parents" corrispondenti a: *parametri strutturali* (colore nero) che comprende il modulo di Young, peso specifico dei profili, parametro di efficacia dei collegamenti (varia tra 0 ed 1), carichi esterni che modellano parti secondarie montate e non (ad esempio i rivestimenti); *errore di modello dell'analisi agli elementi finiti* ε_{fem} (colore azzurro) che serve per tener conto del fatto che il modello matematico è un'approssimazione della realtà. Questa variabile ha una distribuzione gaussiana con media 1 e coefficiente di variazione (dev. standard/media) pari al 30% ed è un moltiplicatore che trasforma lo spostamento matematico u_{femi} nello spostamento vero u_i ; *errore della misura topografica* ε_l (colore viola), legato ad imprecisioni dello strumento di misura e alle condizioni ambientali in cui si effettuano i rilievi. È un moltiplicatore che come il precedente presenta una distribuzione gaussiana con valore di media 1 e coefficiente di variazione del 5%. Vi sono, inoltre, le variabili aleatorie derivate (chiamate in letteratura "child - children", variabile figlio) che

corrispondono a: *spostamenti teorici calcolati con gli elementi finiti* (colore blu); *spostamenti reali della struttura* (rosso) che derivano da quelli agli elementi finiti e dall'errore di modello; *spostamenti differenziali rilevati* (colore verde) ovvero le letture topografiche grezze che derivano dagli spostamenti veri e dall'errore di lettura. Quest'ultime sono le "evidenze" della Bayesian Network. Il modello così costruito risulta composto da 53 nodi, collegati da 59 archi, per un totale di 215 stati e 33000 parametri.

In Figura 4 (b) si riporta lo schema delle relazioni fra le variabili generatrici nel software GeNIe: i nodi in rosa sono i nodi parents da cui partono gli archi, invece quelli color celeste chiaro sono i nodi children in cui l'arco termina.

Ogni variabile è caratterizzata da un insieme di stati che la variabile stessa può assumere. Nel caso di variabili *parents* a ciascuno stato corrispondono delle probabilità assegnate, PDF - *probability density function*, e sono definite per mezzo della funzione gaussiana.

Nella Figure 5 si riportano gli andamenti delle funzioni di densità di probabilità dei parametri modulo di Young e degli errori di modello di calcolo e di misura.

Nella rete bayesiana ciascuna dipendenza fra variabili, indicata da una freccia, rappresenta la distribuzione della probabilità condizionata che descrive la "verosimiglianza" relativa di ciascun valore del nodo "figlio" e calcolata su tutte le possibili combinazioni dei valori delle variabili "genitore".

Le probabilità condizionate mettono in relazione lo stato della variabile parent e quello della variabile child e sono stimate sia sulla base della conoscenza dei metodi di calcolo semplificativi, come, ad esempio, il metodo degli elementi finiti FEM, sia sulla base di opportuni algoritmi che permettono di elaborare una grande mole di dati, come ad esempio il generatore Monte Carlo.

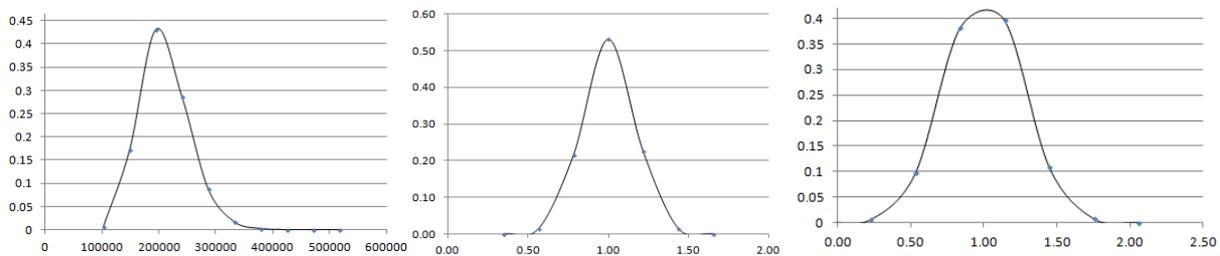


Figura 5 (a) PDF Modulo di Young; (b) PDF Errore di modello; (c) PDF Errore di misura.

Le variabili "child" hanno, quindi, densità di probabilità condizionata, JPDP - *junior probability density function*, ignote sicchè esse sono state ricavate numericamente con il metodo Monte Carlo. Schematicamente il processo si articola nei seguenti step: si generano n stati delle variabili *parents* con la generazione casuale di Matlab, secondo le PDF assegnate; per ogni stato si esegue l'analisi strutturale e si calcolano gli spostamenti teorici; si calcolano gli spostamenti reali applicando l'errore di modello; si stimano gli spostamenti differenziali applicando l'errore di misura; alla fine si ottengono n stati per ciascuna variabile (nodo del network); si determinano le JPDP analizzando statisticamente i risultati e Matlab automaticamente ne esegue il conteggio.

Le probabilità condizionate degli spostamenti teorici calcolati con il metodo degli elementi finiti (FEM) dipendono dallo spostamento e dal modulo di Young. Le probabilità condizionate degli spostamenti reali, invece, dipendono dallo spostamento, dall'errore di modello e dal corrispondente spostamento u_{fem} .

Infine la probabilità condizionata degli spostamenti reali dipende dallo spostamento differenziale, dall'errore di misura, dagli spostamenti u dei due punti che si stanno considerando per lo spostamento differenziale.

Le PDF e le JPDF in forma di tabelle servono per caricare la "Bayesian Network. A questo punto, fissando come evidenza il valore degli spostamenti differenziali misurati, il network aggiorna le PDF e le JPDF di tutte le variabili del sistema. È, quindi, possibile conoscere la maggior probabilità che si verifichi un determinato valore di spostamento reale e spostamento teorico stimato con il metodo degli elementi finiti in ciascun punto della rete geometrica analizzata.

3. Analisi dei risultati e conclusioni

Al termine del processo inferenziale in corrispondenza di ciascun nodo della rete bayesiana è disponibile una tabella che rappresenta l'andamento delle distribuzioni di densità di probabilità. Nella Figura 6 (a) si riassumono i valori degli spostamenti attesi e le loro probabilità a posteriori calcolate dal software GeNIe.

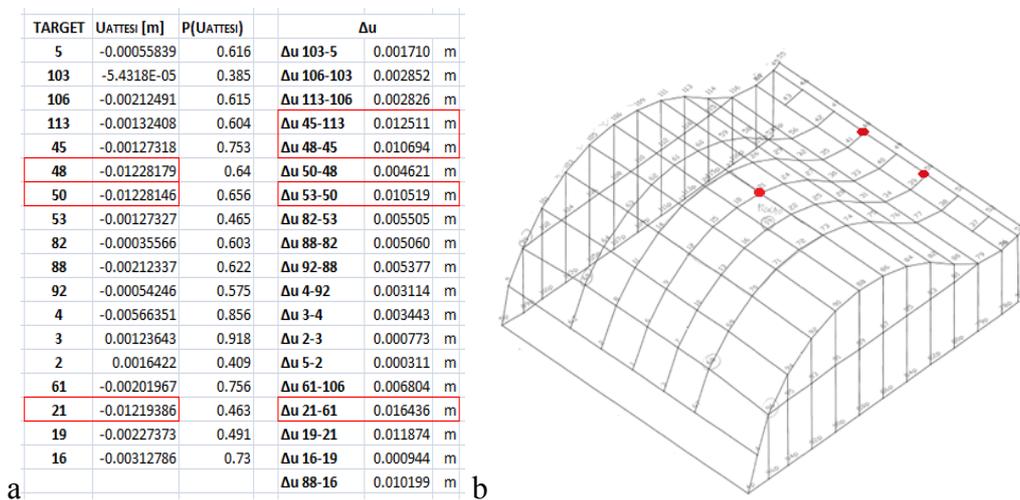


Figura 6 (a) Confronto tra gli spostamenti misurati e quelli attesi; (b) Nodi con spostamenti anomali.

In corrispondenza degli spostamenti differenziali misurati di valore maggiore, evidenziati in rosso, si registrano, con probabilità più alta, valori di spostamenti u maggiori di un centimetro relativi a nodi appartenenti alla trave di colmo.

Tali spostamenti superiori al centimetro sono stati rilevati anche in corrispondenza di due nodi disposti lungo il perimetro della capriata, in particolare lungo il corrente in cui il reticolato primario di travi incontra una serie di pilastri. In Figura 6 (b) si ripropone lo schema strutturale della copertura metallica in cui si evidenziano in rosso i vertici che hanno verificato un maggior cedimento. Al termine del processo inferenziale il software GeNIe ha restituito le maggiori probabilità a cui sono stati associati i corrispondenti valori di spostamento. In particolare i nodi 48, 50 e 21 hanno verificato uno spostamento di circa 1.2 cm corrispondente rispettivamente a probabilità pari al 64%, 65,6% e 46,3%. La maggior probabilità indica il grado di affidabilità che si verifichi un determinato cedimento in corrispondenza del nodo considerato. Infatti per alcuni target si hanno valori di probabilità molto alti,

viceversa altri presentano probabilità inferiori al 50% che si verifichino abbassamenti attesi. Si dovrebbe generare un maggior numero di simulazioni Monte Carlo in modo tale da aumentare il numero di stati per ciascuna variabile e, quindi, associare ad essa una probabilità "a posteriori" maggiore, affinché si ottenga per tutti i vertici della copertura metallica una maggior affidabilità che si verifichi un cedimento strutturale atteso da progetto.

4.1 Conclusioni

Nel caso studio affrontato una rete bayesiana, implementata su una copertura metallica, ha permesso di valutare con precisione millimetrica spostamenti nodali in alcuni vertici della struttura considerati tra i più critici.

Già dai dati ottenuti dalle osservazioni con impiego di strumentazione ad alta precisione si è riscontrato che i maggiori spostamenti differenziali si sono verificati in corrispondenza delle travi di colmo della copertura, dovuti al peso proprio della struttura stessa, e in corrispondenza di alcuni vertici posti lungo il perimetro della struttura nelle sezioni ove le travi incontrano i pilastri. Su quest'ultimi la causa dello spostamento era dovuto a un difetto di montaggio dei bulloni in fase di assemblaggio. Il vantaggio della rete così strutturata è che si possono confrontare tali valori con quelli attesi da progetto; infatti al termine del processo inferenziale in ciascun nodo della rete bayesiana risulta nota la probabilità che si verifichi uno spostamento stimato da progetto. I nodi che hanno verificato maggior criticità sono stati il nodo a cui corrisponde il target 21 con uno spostamento pari a 1.22 cm e i nodi contraddistinti con target 48 e 50 aventi entrambi subito uno spostamento pari 1.23 cm.

La rete bayesiana, inoltre, permette di offrire una previsione accurata dei cedimenti che potranno verificarsi anche in tempi successivi; in questo caso occorre cambiare la struttura del network. Avendo a disposizione osservazioni di spostamenti differenziali in due tempi differenti t_1 e t_2 , si potrà scegliere se creare due strutture differenti di rete e al termine dei loro processi inferenziali confrontare i dati, oppure se mantenere un'unica struttura e imporre, come evidenza del processo, la differenza tra i due spostamenti differenziali nel tempo.

Tuttavia vi è una limitazione caratteristica delle reti bayesiane: la loro capacità di modellare variabili casuali e strutturarle implica che la rete stessa diventi densamente collegata.

Infatti quando si combinano tra loro variabili casuali con modelli che coinvolgono variabili aleatorie aggiuntive, il calcolo computazionale e le richieste di memoria della rete bayesiana risultante aumentano esponenzialmente con il numero dei nodi inseriti nella rete. Se gli algoritmi di inferenza esatta diventano computazionalmente impegnativi, una possibile alternativa sono gli algoritmi approssimati, ovvero quegli algoritmi che si basano sul principio di verosimiglianza come la catena di Markov-Monte Carlo. Infatti si stanno sviluppando metodi approssimati per superare questa difficoltà cercando di minimizzare il numero di collegamenti della rete bayesiana.

La metodologia della rete bayesiana è, comunque, un potente strumento soprattutto per attività di controllo e monitoraggio in ambito strutturale ed ambientale, in quanto assicura un sistema affidabile che deve essere aggiornato in continuo con l'ausilio di osservazioni di spostamenti consentendo

di lavorare su uno stesso livello. Infine le reti bayesiane per la loro struttura gerarchica e per la logica che sta alla base della procedura di calcolo si prestano bene anche per essere implementate in sistemi GIS spazio-temporale.

Riferimenti bibliografici

Bensi M., Der Kiureghian A., Straub D. - *Bayesian network modeling of correlated random variables drawn from a Gaussian random field* - Structural Safety, 2011.

Cárdenas I.C., Al-jibouri S.S., Halman J.I. - *A Bayesian Belief Networks Approach to Risk Control in Construction Projects* - University of Twente, The Netherlands, 2012.

Chizhova M., Korovin D., Gurianov A., Brodovskii M., Brunn A., Stilla U., Luhmann T. - *Probabilistic reconstruction of the orthodox churches from precision point clouds using Bayesian network and cellular automata* - The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Volume XLII-2/W3, 2017 - 3D Virtual Reconstruction and Visualization of Complex Architectures, Nafplio, Greece, 1 - 3 March 2017.

D'Urso M.G., Russo P., Sessa S. - *Sull'impiego del monitoraggio geomatico per la stima dei parametri nei modelli di calcolo degli spostamenti strutturali* - Atti della 16^a Conferenza Nazionale ASITA, Vicenza, vol. I, 523-530, 2012.

Horney M. - *Bayesian Networks* - Technical Report n. 5 Boston University - 2014

Jensen F.V., Nielsen T.D. - *Bayesian Networks and Decision Graphs* second edition - Springer Science + Business Media LLC, 2007 - ISBN-10: 0-387-68281-3

Murphy K.P. - *Dynamic Bayesian networks: representation, inference and learning* - PhD thesis, University of California, Berkeley, 2002.

Niculita O., Skaf Z., Jennions I.K. *The Application of Bayesian Change Point Detection in UAV Fuel Systems* ScienceDirect, Procedia CIRP 22, 115-121, 2014.

Sansò F., De Lacy M.C. - *The Bayesian Approach Applied to Significant Deformation Identification - Geodetic Deformation Monitoring From Geophysical to Engineering Roles*, Springer - International Association of Geodesy Symposia Vol. 131, 19-29 - March 17-19, 2005.

Sessa S., D'Urso M.G. - *Employment of Bayesian networks for risk assessment of excavation processes in dense urban areas* - Safety, Reliability, Risk and Life-Cycle Performance of Structures & Infrastructures - Eds: Deodatis, Ellingwood & Frangopol, 2013 Taylor & Francis Group, London, ISBN 978-1-138-00086-5; 3163-3169.

Straub D. - Part J *Modeling with Bayesian Networks* - Lecture Notes on Engineering Risk Analysis - Technische Universität München, 2010.

Tanir E., Felsenstein K., Yalcinkaya M. - *Using Bayesian methods for the parameter estimation of deformation monitoring networks* - Natural Hazards and Earth System Sciences, 8, 335-347, 2008.

Yu Xin, Wen Zongyong, Zhu Zhaorong, Xia Qiang, Shun Lan - *Remote sensing image classification applied to the first national geographical information census of China* - The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Volume XLI-B7, 2016 - XXIII ISPRS Congress, Prague, Czech Republic 12 - 19 July 2016.