

## La stima del campo di gravità da dati GOCE: i risultati finali dell'approccio space-wise

Andrea Gatti, Mirko Reguzzoni, Federica Migliaccio, Fernando Sansò

DICA, Politecnico di Milano, Piazza Leonardo da Vinci 32, 20133 Milano, Italy  
andrea.gatti@polimi.it, mirko.reguzzoni@polimi.it, federica.migliaccio@polimi.it, fernando.sanso@polimi.it

### Riassunto

In questo lavoro vengono presentati i risultati finali del processamento dati della missione GOCE tramite l'approccio space-wise, da oltre vent'anni studiato ed implementato presso il Politecnico di Milano. In particolare sono stati elaborati i dati di tutta la missione, da novembre 2009 ad ottobre 2013, corrispondente ad oltre cento milioni di epoche. Questo periodo include sia la fase iniziale, durata quasi 3 anni, con il satellite all'altezza nominale di 255 km, sia la fase finale di abbassamento dell'orbita nella quale il satellite è stato lentamente portato fino a 224 km passando attraverso periodi intermedi di misura a quota costante. La fase di preprocessamento dati per la ricerca e la correzione di outlier è stata svolta in modo semi-automatico con una supervisione continua da parte dell'operatore e per questo motivo è stata molto onerosa; tuttavia l'eliminazione degli outlier, presenti in maggior numero nell'ultima fase di abbassamento dell'orbita, è cruciale per il raggiungimento di un risultato soddisfacente, indipendentemente dal metodo di analisi successivamente utilizzato.

L'approccio space-wise è sostanzialmente un approccio iterativo di collocazione, che richiede la modellizzazione sia della correlazione temporale dell'errore di misura del gradiometro a bordo del satellite, sia della correlazione spaziale del segnale di gravità che si vuole recuperare. In particolare, l'idea base di questo approccio è quella di ridurre l'enorme mole di dati lungo orbita su una griglia globale all'altezza del satellite applicando la collocazione su aree locali, ciascuna caratterizzata da una covarianza del segnale adattata localmente. In questo modo il livello del filtraggio del dato risulta controllato localmente, diversamente da quanto avviene negli approcci diretto e time-wise dove viene applicata una regolarizzazione globale alla stima ai minimi quadrati dei coefficienti delle armoniche sferiche.

Il risultato di questo processamento consiste quindi in griglie globali di derivate seconde del potenziale gravitazionale a una risoluzione spaziale di  $0.2^\circ \times 0.2^\circ$ . Da queste griglie si deriva un modello globale in armoniche sferiche attraverso integrazione numerica. Sia per le griglie che per i coefficienti armonici viene fornita una stima dell'errore calcolata tramite un'opportuna simulazione Monte Carlo. Il contenuto informativo dei prodotti space-wise è stato valutato confrontandoli con altre griglie e altri modelli globali disponibili. Questo confronto mette in rilievo l'ovvia debolezza della collocazione locale nella stima dei gradi medio-bassi del campo gravitazionale, ma anche la sua miglior capacità di recuperare i più alti degree, ovvero i dettagli del campo. In questo senso l'approccio space-wise può fornire un risultato complementare a quello degli altri due approcci ufficiali all'analisi dati GOCE.

### Abstract

In this paper the final results of the GOCE mission data processing are presented. The results have been obtained by means of the so-called "space-wise" approach studied and developed at Politecnico di Milano since more than twenty years. In particular, all the mission data have been analysed, from November 2009 to October 2013, corresponding to over one hundred million epochs. This period includes both the nominal mission phase, which lasted more than three years at an altitude of 255 km, and the final mission phase, when the orbit was slowly lowered to the altitude of 224 km,

with intermediate measuring periods at constant altitudes. The pre-processing phase for the detection and rejection of outliers has been particularly heavy, since it had to be carried out in a supervised mode, continuously checking the output of the algorithms. This work on the outliers (particularly affecting the lower-orbit phase of the mission) is however crucial in order to achieve satisfactory results, irrespective of the processing method which will be subsequently applied.

The space-wise approach is essentially represented by an iterative collocation procedure, requesting to model both the time correlation of the gradiometer measurement error and the spatial correlation of the gravity signal that has to be retrieved. The basic idea is to reduce the huge amount of data collected as the satellite flies along the orbit, forming a global grid of data at satellite altitude by applying collocation to local “patches” of data, each of them characterized by a locally tailored signal covariance. In this way the filtering level of the signal can be locally controlled, contrary to what happens when using the direct or time-wise approach, where a global regularization is applied to the least squares estimate of the spherical harmonic coefficients.

The result of the space-wise data processing consists of global grids of second-order derivatives of the gravitational potential, with a spatial resolution of  $0.2^\circ \times 0.2^\circ$ , from which a global spherical harmonic model is obtained by numerical integration. An estimate of the error is computed for both grids and harmonic coefficients by Monte-Carlo simulation. The information content of the space-wise products has been evaluated by comparison with other available grids and global models. This comparison shows the obvious weakness of local collocation in the estimate of medium-low degrees of the gravitational field, but also its better capability to recover the high frequency details of the field. As a consequence, the space-wise procedure is able to deliver results that complement those of the two other official approaches to GOCE data analysis.

### **L’approccio space-wise per l’analisi di dati di gradiometria da satellite**

Prima di descrivere i risultati ottenuti dall’analisi space-wise dei dati GOCE, si vogliono qui richiamare i principi di questo approccio e la sua evoluzione dall’idea originale fino all’implementazione finale.

L’approccio space-wise nasce insieme con l’idea di una missione di gradiometria da satellite (Rummel e Colombo, 1985). Infatti questo tipo di missione è in grado di osservare funzionali del campo gravitazionale terrestre localizzati in un punto dello spazio, il che non è altrettanto vero nel caso del classico principio di missione di gravità basato sul tracciamento dell’orbita satellite, ma nemmeno nel caso di missioni moderne quali GRACE dove l’osservabile principale è la distanza tra due satelliti che volano a circa 200 km di distanza tra loro. Nel caso di GOCE invece il braccio del gradiometro elettrostatico che “collega” due accelerometri triassiali è di soli 50 cm, dando luogo ad un’osservazione che con buona approssimazione si può ritenere puntuale. Il nome space-wise, in contrasto con time-wise, indica proprio la possibilità di stimare il campo gravitazionale da suoi funzionali osservati puntualmente nello spazio, invece che da suoi effetti osservati nel tempo lungo orbita (Rummel et al., 1993). L’idea originale è quindi quella di ridurre tutti i dati su una griglia sferica all’altezza media del satellite e poi risolvere un problema al contorno, per esempio in serie di armoniche sferiche, tramite integrazione numerica (Colombo, 1981).

Risulta quindi chiaro che nell’approccio space-wise gioca un ruolo primario il gridding dei dati. Ed è proprio per questo passo intermedio di gridding che l’approccio space-wise si differenzia maggiormente da altri metodi di stima del campo gravitazionale. Infatti con l’approccio space-wise non si applica un’interpolazione globale dei dati usando le armoniche sferiche come funzioni di base, ma piuttosto si applicano tante procedure locali di interpolazione per meglio descrivere la variabilità “spaziale” del dato. E’ questa un’altra accezione possibile del termine space-wise. Nel corso degli anni sono state proposte diverse tecniche di interpolazione locale dei dati per produrre la griglia all’altezza media del satellite, tuttavia la necessità di trattare le diverse componenti del tensore gravitazionale e di spostare in quota le osservazioni, nonché la tradizione del gruppo del Politecnico di Milano ad una modellizzazione stocastica del segnale, ha portato a scegliere come metodo di gridding un approccio di collocazione (Sansò, 1986 e Tscherning, 1993). L’idea base

dell'approccio space-wise si configurava quindi in uno schema a due passi, ovvero un gridding su aree locali di dati per collocazione seguito da un'analisi armonica per integrazione numerica (Migliaccio et al., 2007). Occorre qui ricordare che per un breve periodo si era pensato di effettuare anche il secondo passo per collocazione, utilizzando la cosiddetta Fast Spherical Collocation (Sansò e Tscherning, 2003), anche se poi si è preferito optare per la più semplice integrazione numerica.

Questo principio di base è stato poi elaborato per gestire tutte le complicazioni tecnologiche di una missione reale. La prima necessità tecnologica di cui ci si è resi conto è stata sicuramente quella di realizzare missioni eliosincrone, che per un'orbita a bassa quota, per esempio 250 km nel caso di GOCE, corrisponde ad un'inclinazione orbitale di circa  $6\div 7$  gradi. Questo implica l'impossibilità di avere un contorno completo all'altezza del satellite, lasciando infatti le calotte polari prive di dati (i cosiddetti polar gaps). Anche per la loro gestione sono state proposte diverse soluzioni nell'ambito dell'approccio space-wise, per esempio risolvendo il problema al contorno con tecniche iterative (Migliaccio e Reguzzoni, 2004); alla fine la soluzione adottata consiste nel completare la griglia con valori estrapolati dai dati disponibili alle alte latitudini, sempre utilizzando un metodo di collocazione, per poi eseguire l'analisi armonica per integrazione numerica senza ulteriori complicazioni. Si ricorda qui che la presenza di polar gaps ha come conseguenza un degrado nella stima dei coefficienti armonici zonali e quasi zonali (Sneeuw e van Gelderen 1997).

L'altro grande problema tecnologico è legato alla firma spettrale dell'errore del gradiometro elettrostatico a bordo di GOCE, che è tutt'altro che un noise bianco. Si tratta infatti di un errore con un'elevata varianza e con un'elevata correlazione spaziale, che porta il dato gradiometrico a poter essere utilizzato solo in una certa banda di misura (nominalmente tra 5 e 100 mHz). Questa chiara caratteristica time-wise dell'errore di misura, che dipende cioè dal tempo e non dallo spazio, mal si coniuga con i principi prima descritti dell'approccio space-wise. Lo schema generale è quindi stato modificato introducendo un filtro lungo orbita prima del gridding e operando delle iterazioni tramite il cosiddetto filtro complementare per "rispazializzare" il dato filtrato che altrimenti risulterebbe spalmato lungo l'orbita (Migliaccio et al., 2004a).

Anche in questo caso sono stati studiati diversi filtri, dal semplice filtro rettangolare (Albertella et al., 2002), al filtro di Wiener (Reguzzoni, 2003) fino all'attuale soluzione che prevede prima l'applicazione di un filtro di Wiener, per stimare le frequenze medio-basse del campo, e poi l'applicazione di un filtro sbiancante per meglio recuperare le alte frequenze (Gatti, 2014). In ogni caso il filtro temporale e il gridding sono interconnessi per ottenere una stima ottimale di collocazione (Reguzzoni e Tselfes, 2009), fornendo una soluzione generale al problema di un segnale correlato spazialmente con un errore di osservazione correlato temporalmente.

L'ultima complicazione tecnologica che si vuole qui ricordare è legata all'assetto del satellite. Il progetto iniziale prevedeva di utilizzare i cosiddetti FEED (Field Emission Electric Propulsion) per stabilizzare l'assetto del satellite e quindi far sì che il gradiometro misurasse le derivate seconde del campo gravitazionale sempre nelle stesse direzioni rispetto a un sistema di riferimento orbitale locale. In particolare si voleva osservare direttamente la derivata seconda radiale che è la componente più informativa del tensore gravitazionale. Purtroppo tali FEED risultarono tecnologicamente immaturi per il lancio e quindi l'assetto del satellite fu solo misurato e non controllato. Per ottenere per esempio la derivata seconda radiale dalle osservazioni occorrerebbe quindi effettuare delle rotazioni del tensore, rotazioni non effettivamente applicabili perché due dei sei gradienti gravitazionali sono osservati con una accuratezza troppo bassa. La soluzione utilizzata all'interno dell'approccio space-wise si basa su uno schema iterativo per recuperare l'informazione di questi due gradienti necessaria per eseguire rotazione del tensore (Migliaccio et al., 2004b, Reguzzoni e Tselfes, 2009).

Oltre ai problemi tecnologici, si è dovuto fronteggiare la necessità di calcolare un modello GOCE-only, così come richiesto dall'ESA che ha finanziato questa ricerca nell'ambito della cosiddetta HPF (High-level Processing Facility). Un modello GOCE-only richiede di stimare dai dati GOCE non solo le frequenze medio alte del campo, ma anche quelle basse che per la firma spettrale dell'errore del gradiometro non possono essere recuperate con sufficiente accuratezza dai gradienti

gravitazionali osservati. Al fine di applicare l'approccio space-wise, per quanto detto sopra, è stato quindi necessario stimare un funzionale puntuale del campo gravitazionale a partire dai dati di tracciamento del satellite. Questa operazione è stata realizzata utilizzando l'equazione di bilancio dell'energia, energy balance approach (Visser et al., 2003), che ha permesso di stimare il potenziale gravitazionale per ogni punto lungo orbita utilizzando il GPS a bordo del satellite e i dati di accelerometria, quest'ultimi necessari per correggere il contributo delle forze non gravitazionali. Una volta disponibile un funzionale del campo localizzato nello spazio, è stato implementato il classico approccio space-wise consistente in un gridding locale per collocazione seguito da analisi armonica per integrazione (Migliaccio et al., 2010). In realtà nella soluzione space-wise presentata di seguito, la stima dei coefficienti armonici è stata effettuata tramite un approccio ai minimi quadrati cercando un'interpolazione globale in serie di armoniche sferiche delle osservazioni di potenziale. Solo successivamente la stima ottenuta è stata raffinata eseguendo un gridding locale per collocazione sui residui dei minimi quadrati, seguito da analisi armonica. La necessità di eseguire una prima stima dei coefficienti armonici per minimi quadrati è dovuta al fatto che i gradi armonici più bassi devono inevitabilmente essere stimati con un approccio di interpolazione globale e non locale. L'uso della collocazione su scala globale richiederebbe di risolvere un sistema di dimensioni pari al numero di dati, operazione attualmente impossibile dal punto di vista numerico. Si noti che nella compensazione ai minimi quadrati la matrice dei cofattori è stata approssimata come matrice diagonale.

La stima dell'errore in una catena di processamento così articolata è stata valutata tramite simulazione Monte Carlo (Migliaccio et al., 2009). In particolare sono stati estratti campioni di segnale perturbando un modello di riferimento, EIGEN-6C4 (Förste et al., 2014), con un errore sovrastimato e campioni di errore di misura sia per le orbite cinematiche GPS che per le osservazioni gradiometriche sulla base della loro risposta spettrale. I campioni di segnale più errore di misura hanno poi subito tutte le fasi di processamento e confrontando le stime ottenute con il segnale simulato è stata ottenuta la matrice di covarianza campionaria degli errori di stima dei coefficienti armonici, nonché le varianze puntuali degli errori delle varie griglie stimate.

Infine, è doveroso sottolineare che l'analisi dei dati effettivi della missione GOCE, oltre a tutti i problemi tecnologici citati, ha richiesto un significativo e decisivo preprocessing dei dati. Questo è stato svolto in maniera semiautomatica, sviluppando un software ad hoc che permettesse all'operatore di visualizzare e valutare i sospetti outlier. Una volta individuati, gli outlier nonché i data gaps sono stati sostituiti da valori fittizi calcolati tenendo conto delle caratteristiche stocastiche delle osservazioni precedenti e successive (Migliaccio et al., 2010).

### **La soluzione space-wise e i risultati della stima del campo gravitazionale terrestre**

La versione finale dell'approccio space-wise può essere sintetizzata in quattro fasi da svolgersi in successione: preprocessing, soluzione SST (Satellite to Satellite Tracking) per la stima delle basse frequenze del campo gravitazionale terrestre, soluzione SST+SGG (Satellite Gravity Gradiometry) con filtro di Wiener per le medie frequenze e soluzione SST+SGG con filtro sbiancante per le alte frequenze. Di seguito vengono riportati i risultati principali di ognuna di queste fasi.

- ***Preprocessing***

In questa fase vengono analizzati i vari tipi di dato (coordinate dell'orbita cinematica, angoli di assetto del satellite, accelerazioni non gravitazionali e gradienti gravitazionali, ecc.) per individuare e correggere outlier e assenza di dati. La correzione è utile nella fase di filtraggio lungo orbita effettuata nel dominio della trasformata di Fourier, mentre non serve per il gridding che è basato solo su dati effettivamente osservati e non interpolati. A titolo di esempio è riportata la percentuale di outlier nello spazio per le tre componenti diagonali del tensore gravitazionale (Fig. 1).

Si noti che l'insieme completo di dati è composto da 22 periodi di osservazione, separati tra loro dalle calibrazioni in-flight del gradiometro. Dopo il preprocessing il dataset è stato suddiviso in 45 sottoinsiemi, per un totale di oltre 100 milioni di epoche di osservazione.

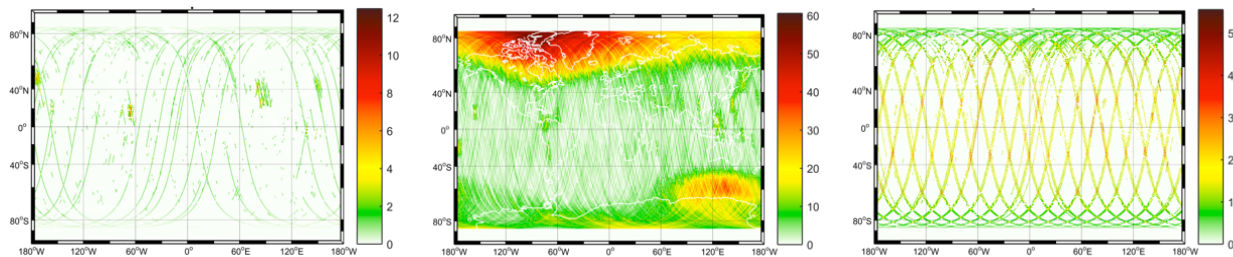


Figura 1 Percentuale di outlier nei gradienti per cella 0.5°x0.5° (da sinistra XX, YY, ZZ)

• **Soluzione SST**

Come detto in precedenza la soluzione SST viene calcolata in due passi, prima tramite una stima ai minimi quadrati dei coefficienti armonici fino a grado 140 e poi correggendo questa stima a livello locale su una griglia di dati di potenziale all'altezza di 229 km (altezza media del satellite) con il metodo della collocazione e utilizzando una modellizzazione locale delle covarianze del segnale. Si noti che la correzione viene applicata solo dove il rapporto segnale rumore è sufficientemente alto (Fig. 2). La griglia corretta è stata poi analizzata in armoniche sferiche ottenendo la soluzione SST. Nella Fig. 3 vengono riportate le error degree variances di questa stima rispetto al modello di riferimento GOCO-05C (Fecher et al., 2016) e predette dalla simulazione Monte Carlo.

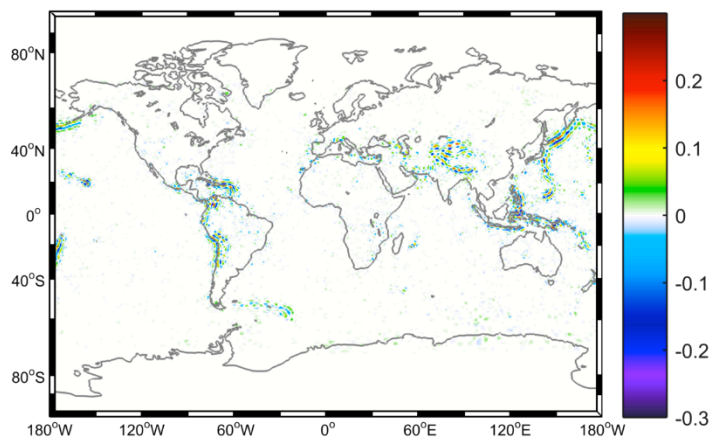


Figura 2 Correzione applicata dal gridding per collocazione alla stima ai minimi quadrati [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>]

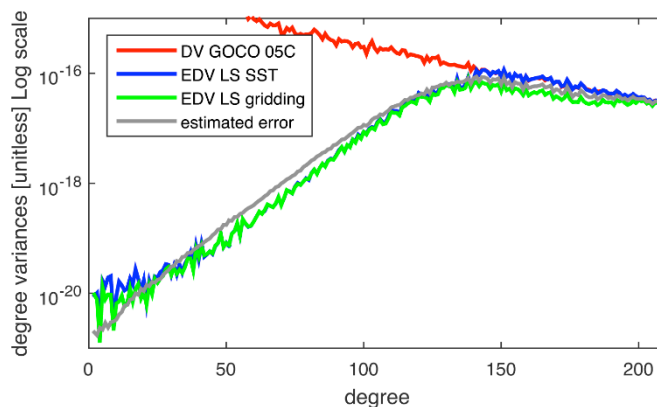


Figura 3 Error degree variances della soluzione SST escludendo gli ordini bassi (riferimento GOCO-05C)

• **Soluzione SST + SGG**

Dai gradienti gravitazionali viene prima rimosso un effetto sistematico a bassa frequenza diverso per le orbite ascendenti e discendenti. Questo effetto è visibile sui residui filtrati a meno della soluzione di SST e non poteva essere calcolato a livello di preprocessing. La soluzione combinata SST+SGG è quindi calcolata applicando prima un filtro di Wiener e poi un filtro sbiancante lungo orbita. I due filtri hanno una firma spettrale complementare (Fig. 4) e, tramite il metodo di collocazione, danno luogo a operatori di gridding differenti (esempio sempre in Fig. 4) destinati a recuperare diverse frequenze del campo gravitazionale. Alla fine si ottengono delle griglie di tutte le componenti del tensore gravitazionale all’altezza media del satellite, insieme con i loro errori di stima da simulazione Monte Carlo. Da queste griglie e in particolare da quella delle derivate seconde radiali si ottengono dei coefficienti armonici, ulteriormente regolarizzati rispetto alla potenza globale attesa del segnale. In Fig. 5 vengono riportate le error degree variances della soluzione, con e senza regolarizzazione, rispetto al modello di riferimento GOCO-05C. Vengono anche riportate le error degree variances predette da Monte Carlo e quelle di altri modelli globali per confronto. Si noti come la griglia finale, essendo calcolata tramite operatori di collocazione con covarianze adattate localmente, risulti regolarizzata solo a livello locale ma non sufficientemente regolarizzata a livello globale, come si desume dalle error degree variances dei coefficienti da essa determinati (linea nera). In Fig. 6 sono invece riportate le degree variances del segnale stimato per diversi modelli, tra cui anche quello space-wise. Si noti come l’operatore locale di gridding permetta sostanzialmente di recuperare più segnale alle alte frequenze rispetto all’approccio diretto (Bruinsma, 2013) e a quello time-wise (Brockmann, 2014). Infine, a titolo di esempio, in Fig. 7 sono mostrate le differenze a livello di griglia tra i due modelli GOCE-only (time-wise e space-wise) in Indonesia, dove è presente un forte segnale gradiometrico.

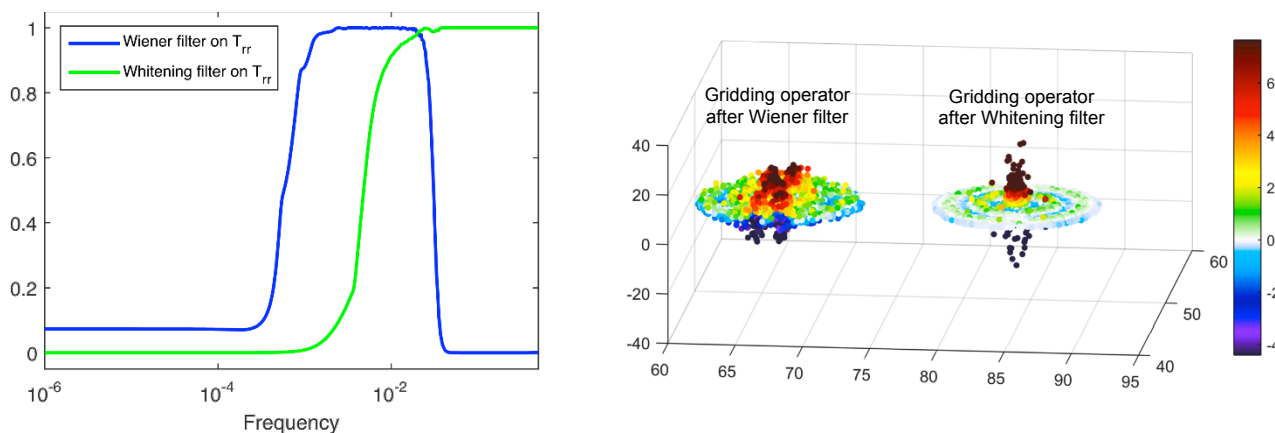


Figura 4 Filtri utilizzati per il processing dei gradienti e corrispondenti operatori di gridding

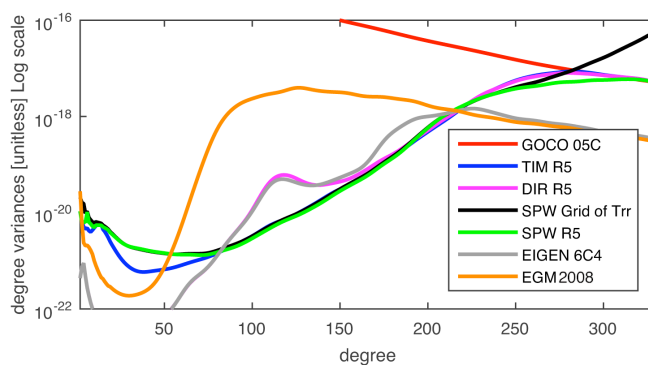


Figura 5 Error degree variances della soluzione space-wise escludendo gli ordini bassi in confronto con altri modelli (riferimento GOCO-05C)

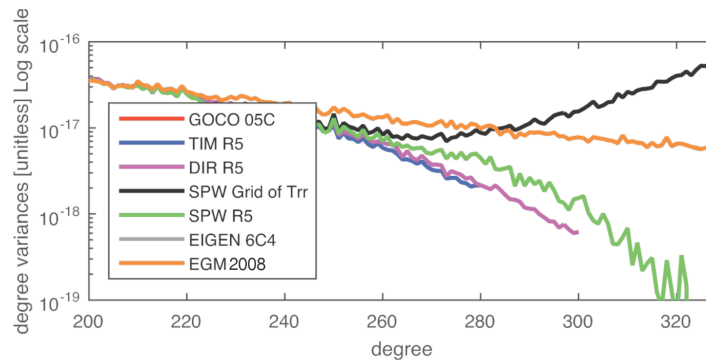


Figura 6 Degree variances del segnale stimato tramite la soluzione space-wise in confronto con quello di altri modelli

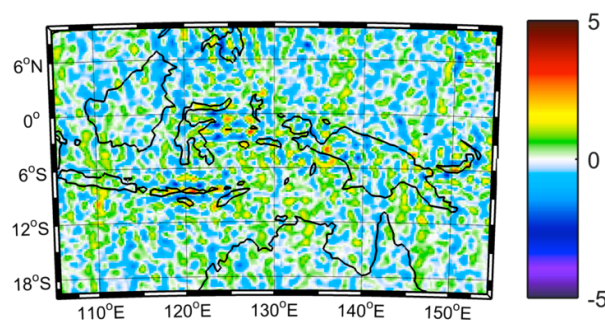


Figura 7 Differenze nella derivata seconda radiale [mE] all'altezza del satellite tra la soluzione space-wise e quella time-wise in Indonesia

## Conclusioni

L'approccio space-wise è stato applicato all'intero insieme di dati della missione GOCE, dando luogo a griglie di gradienti gravitazionali all'altezza del satellite con elevato contenuto informativo a livello locale e, di conseguenza, a coefficienti in armoniche sferiche con accuratezze superiori ad altri modelli ai gradi più elevati. Al fine di migliorare il risultato ai gradi bassi si prevede in futuro il calcolo di un nuovo modello con l'introduzione dell'informazione di GRACE.

## Ringraziamenti

Questo lavoro è stato svolto nell'ambito del contratto ESA No. 18308/04/NL/NM (GOCE HPF). Desideriamo ringraziare i Servizi Informatici del Polo Territoriale di Como del Politecnico di Milano per l'assistenza offerta nella gestione hardware e software dei server di calcolo.

## Riferimenti bibliografici

- Albertella A., Migliaccio F., Reguzzoni M., Sansò F. (2002). "Spacewise approach and measurement bandwidth in satellite gradiometry". *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*, N. 3, 2002, pp.179-189.
- Brockmann J.M., Zehentner N., Höck E., Pail R., Loth I., Mayer-Gürr T., Schuh W.-D. (2014). "EGM\_TIM\_RL05: An independent geoid with centimeter accuracy purely based on the GOCE mission". *Geophysical Research Letters*, Vol. 41, pp. 8089-8099.
- Bruinsma S.L., Förste C., Abrikosov O., Marty J.-C., Rio M.-H., Mulet S., Bonvalot S. (2013). "The new ESA satellite-only gravity field model via the direct approach". *Geophysical Research Letters*, Vol. 40, pp. 3607-3612.
- Colombo O.L. (1981). "Numerical methods for harmonic analysis on the sphere". Report N. 310, Department of Geodetic Science, Ohio State University.

- Fecher T., Pail R., Gruber T., et al. (2016). "The combined gravity field model GOCO05c". *Geophysical Research Abstracts*, Vol. 18, EGU2016-7696, Vienna.
- Förste Ch., Bruinsma S.L., Abrikosov O., Lemoine J.-M., Schaller T., Götze H.-J., Ebbing J., Marty J.C., Flechtner F., Balmino G., Biancale R. (2014). "EIGEN-6C4 The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse". Proc of the 5th International GOCE User Workshop, 25-28 November 2014, Paris.
- Gatti A. (2014). "Advanced GOCE data processing for space-wise gravity solution". Tesi di dottorato in Ingegneria Ambientale e delle Infrastrutture. Politecnico di Milano.
- Migliaccio F., Reguzzoni M. (2004). "Gravity from space: the state of space-wise approach". *Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik*, "Proceedings of the 1st Workshop on International Gravity Field Research", 8-9 May 2003, Graz, Austria, B. Meurers R. Pail (eds), Vol. 31, ZAMG Verlag, Vienna, pp. 9-16.
- Migliaccio F., Reguzzoni M., Sansò F. (2004a). "Space-wise approach to satellite gravity field determination in the presence of coloured noise". *Journal of Geodesy*, Vol. 78, N. 4-5, pp. 304-313.
- Migliaccio F., Reguzzoni M., Sansò F., Zatelli P. (2004b). "GOCE: dealing with large attitude variations in the conceptual structure of the space-wise approach". Proc. of the 2nd International GOCE User Workshop, 8-10 March 2004, Frascati, Rome, Italy. ESA SP-569.
- Migliaccio F., Reguzzoni M., Sansò F., Tselfes N. (2007). "On the use of gridded data to estimate potential coefficients". Proc. of the 3rd International GOCE User Workshop, 6-8 November 2006, Frascati, Rome, Italy, pp. 311-318.
- Migliaccio F., Reguzzoni M., Sansò F., Tselfes N. (2009). "An error model for the GOCE space-wise solution by Monte Carlo methods". International Association of Geodesy Symposia, "Observing our Changing Earth", Proc. of the 24th IUGG General Assembly, 2-13 July 2007, Perugia, Italy, M.G. Sideris (ed), Vol. 133, Springer-Verlag, Berlin, pp. 337-344.
- Migliaccio F., Reguzzoni M., Tselfes N. (2010). "A simulated space-wise solution using GOCE kinematic orbits". *Bulletin of Geodesy and Geomatics*, Vol. LXIX, N. 01/2010, pp. 55-68.
- Reguzzoni M. (2003). "From the time-wise to space-wise GOCE observables". *Advances in Geosciences*, Vol. 1, N. 1, 2003, pp. 137-142.
- Reguzzoni M., Tselfes N. (2009). "Optimal multi-step collocation: application to the space-wise approach for GOCE data analysis". *Journal of Geodesy*, Vol. 83, N. 1, pp. 13-29.
- Rummel R., Colombo O.L. (1985). "Gravity Field Determination from Satellite Gradiometry". *Bulletin géodésique*, Vol. 59, pp. 233-246.
- Rummel R., Van Gelderen M., Koop R., Schrama E., Sansò F., Brovelli M.A., Migliaccio F., Sacerdote F. (1993). "Spherical harmonic analysis of satellite gradiometry". *Publications on Geodesy*, N. 39, Netherlands Geodetic Commission, Delft.
- Sansò F. (1986). "Statistical methods in physical geodesy". In: Lecture Notes in Earth Sciences, "Mathematical and Numerical Techniques in Physical Geodesy", Vol. 7, pp. 49-155.
- Sansò F., Tscherning C.C. (2003). "Fast spherical collocation: theory and examples". *Journal of Geodesy*, Vol. 77, N. 1, pp. 101-112.
- Sneeuw N., van Gelderen M. (1997). "The polar gaps". In: Lecture Notes in Earth Sciences, "Geodetic boundary value problems in view of the one centimeter geoid", Vol. 65, 559-568.
- Tscherning C.C. (1993). "Computation of covariances of derivatives of the anomalous gravity potential in a rotated reference frame". *Manuscripta Geodaetica*, Vol. 18, N. 3, pp. 115-123.
- Visser P.N.A.M., Sneeuw N., Gerlach Ch. (2003). "Energy integral method for gravity field determination from satellite orbit coordinates". *Journal of Geodesy*, Vol. 77, N. 3-4, pp. 207-216.