

## Il livello di dettaglio dei modelli 3D geomatici per l'analisi strutturale FEM

Domenico VISINTINI (\*), Anna SPANGHER (\*\*)

(\*) Dipartimento di Ingegneria Civile e Architettura, Università degli Studi di Udine  
via delle Scienze, 206 - 33100 UDINE, tel. 0432 558719, e-mail: domenico.visintini@uniud.it

(\*\*) Dipartimento di Ingegneria Civile e Architettura, Università degli Studi di Udine,  
via delle Scienze, 206 - 33100 UDINE, tel. 0432 558054, e-mail: anna.spangher@gmail.com

### Riassunto

Il presente articolo tratta del contributo che la geomatica può offrire all'analisi strutturale di beni storico-culturali. Partendo dal modello di un manufatto in materiale lapideo, l'arco Bollani, si è studiato come semplificarlo per renderlo idoneo all'analisi agli elementi finiti. Viene quindi descritto il procedimento utilizzato per l'analisi strutturale dei diversi modelli semplificati, applicando altresì anche diversi livelli di dettaglio strutturale. A verifica del metodo utilizzato si è proceduto a test dello stesso modello con due software distinti. Sono stati quindi schematizzati i risultati ottenuti verificando quale sia il livello di dettaglio da adottare al fine di ottenere un modello di superficie che rappresenti un equo bilanciamento tra una corretta analisi agli elementi finiti e il rispetto della rappresentazione dell'oggetto.

### Abstract

*This paper describes the contribution that Geomatics can provide to the structural analysis of cultural goods. Starting from the model of a stone artifact, the Bollan arch, it studies how to simplify the model in order to make it suitable for the finite element analysis. It therefore describes the process used for the structural analysis of the various simplified models, applying also different levels of structural detail. To verify the method it has been proceeded to test it through two distinct softwares. The obtained results are then schematized in order to verify which is the level of detail to be taken in order to get a surface model that represents a fair balance between proper finite element analysis and the respect of the representation of the same object.*

### 1. Introduzione

Il presente articolo tratta una tematica che si inserisce tra le attività svolte nell'ambito del Dottorato di Ricerca in "Ingegneria Civile Ambientale Architettura" dell'Università degli Studi di Udine, la cui tematica principale è il contributo che la Geomatica, in particolare il rilevamento *Terrestrial Laser Scanning* (TLS), può offrire per l'analisi strutturale di beni culturali in materiale lapideo.

Si può dire che le forme geometriche complesse e non regolari rappresentino una sfida per la modellazione agli elementi finiti, sulla quale si basa l'analisi strutturale, poiché risulta assai difficile riprodurre tali strutture con i software di modellazione 3D o, in alternativa, direttamente all'interno degli stessi programmi di analisi FEM (*Finite Element Method*), pensati per lo più per strutture da costruire e quindi, in generale, "geometricamente semplici e regolari". Ovviamente questa difficoltà si riscontra nel caso, di nostro interesse, di un edificio esistente "da rilevare geomaticamente e da verificare strutturalmente". In una struttura storica, con irregolarità e asimmetrie costruttive, il modello ad elementi finiti che si utilizza semplifica fortemente la struttura, con la conseguente necessità di adottare idonei coefficienti di sicurezza (*fattori di confidenza*  $F_c > 1$ ) che tengano in dovuto conto l'incertezza conoscitiva della geometria, oltre che la schematizzazione delle caratteristiche meccaniche, di vincolo e di carico applicate (*livello di confidenza*  $L_c$  limitato).

La modellazione all'interno dei software strutturali richiede inoltre l'utilizzo di conci con forme prestabilite e tra loro interconnessi da vincoli e, affinché l'analisi risulti corretta, tali conci devono avere dimensioni, non solo auspicabilmente piccole, ma pressoché costanti su tutta la struttura.

Entrambe le precedenti considerazioni tengono in nuce il concetto di "livello di dettaglio" (*Level of Detail*, LoD) di un modello numerico, che può quindi riferirsi al *modello geometrico* (ottenuto dal rilevamento geomatico) e/o al *modello strutturale* agli elementi finiti (ottenuto dal modello geometrico). È evidente che, qualsiasi modello si intenda, un elevato LoD richiede un grande lavoro (di rilevamento o di discretizzazione) all'operatore (fotogrammetra/scansionatore o strutturista).

Negli ultimissimi anni le tecniche fotogrammetriche e/o TLS sono diventate sempre più accurate, versatili ed efficienti e quindi la fase di rilevamento geomatico non presenta più grossi problemi (di orientamento delle immagini e di registrazione delle scansioni rispettivamente) e le difficoltà si spostano nella successiva fase di modellazione 3D, ovviamente tanto più quanto è complesso e irregolare l'edificio in istudio. Il seguente passaggio dal modello geometrico (di superficie, DSM) al modello per l'analisi FEM, trattato nel caso di una statua romana lesionata in Visintini e Spangher (2014), è di difficile standardizzazione ma, tra le maggiori difficoltà di importazione dei modelli negli ambienti software strutturali, si segnalano quelle dovute a:

- incongruenze geometriche del DSM;
- compatibilità del tipo di modellazione;
- numero troppo elevato di triangoli che compongono il DSM, cioè un LoD eccessivo.

Una buona soluzione alle prime due problematiche è fornita dai software di *reverse engineering* che permettono di adattare un DSM alle necessità proprie dell'analisi FEM, in particolare di correggere le sue incongruenze geometriche e topologiche e di convertirlo da *mesh* a superfici NURBS o a modelli solidi, generalmente compatibili con la maggior parte dei software di analisi strutturale. Resta irrisolta invece la terza questione relativa al numero di elementi che compongono il DSM: buona parte dei software strutturali non sono infatti in grado di importare un numero elevato di triangoli e, qualora lo permettano, il tempo computazionale richiesto per la loro analisi e l'ottenimento di un risultato è davvero elevato. Un modello con decine di migliaia di triangoli presenta inoltre, potenzialmente, più errori e incoerenze di un modello semplificato.

In questo lavoro si intende pertanto indagare, data una determinata struttura, su quale sia il livello di dettaglio che, preservando la verosimiglianza della geometria, rappresenti le reazioni strutturali con la precisione e la risoluzione necessaria agli scopi computazionali; resta inteso che l'analisi FEM utilizza comunque un modello idealizzato di un fenomeno fisico-meccanico complesso.

## 2. Il rilevamento laser scanning e il DSM ottenuto del caso di studio

Il caso di studio scelto è l'Arco Bollani di Udine (Figura 1.1), attribuito al Palladio e costruito in pietra e mattoni, già esaminato in Visintini e Spangher (2013), lavoro al quale si rimanda per i dettagli delle scansioni con il TLS Riegl Z390i e le elaborazioni con RiSCAN PRO© (Riegl, 2009). In questo articolo si presentano nuove elaborazioni di modellazione sugli stessi punti (1,8 milioni) eseguite con i software MeshLab© (Visual Computing Lab - ISTI - CNR, 2014), CloudCompare (Girardeau-Montaut, 2015) e Geomagic Studio© (3D Systems, 2012), quali:

- eliminazione dei buchi e dei triangoli isolati, "non costruibili" o duplicati (con MeshLab);
- riduzione del rumore (*cleaning*) e dei punti isolati (*farthest point removal*) (con CloudCompare);
- aumento della densità dei punti tramite ricampionamento (con Geomagic);
- integrazione dei punti mediante ricostruzione manuale della geometria (con Geomagic);
- regolarizzazione della nuvola di punti (*grigliatura - octree*) (con Geomagic).

Applicando infine la funzione *wrap* di Geomagic, si è ottenuto il DSM dell'arco per un totale di 1.197.598 triangoli, ottimale per quanto riguarda il LoD della modellazione geometrica, tuttavia sottoposto a ulteriori elaborazioni (eliminazione di superfici incongruenti (*non manifold*), delle asperità (*smoothing*) e dei buchi) per renderlo utilizzabile dai software di analisi FEM.

In Figura 1 sono riportati tre DSM ottenuti, che rappresentano tre diverse situazioni operative: il primo (Figura 1.2) è quello prodotto con RiSCAN e può essere considerato come il DSM di *default*

del rilevamento TLS, visto che, tra l'altro, è realizzato con lo stesso software di acquisizione dei dati. Il secondo (Figura 1.3), prodotto con MeshLab, rappresenta il caso nel quale si eseguono alcune operazioni, non poi così automatiche, di "miglioramento" del DSM. L'ultimo modello (Figura 1.4) di 998.000 triangoli, prodotto con Geomagic come descritto, costituisce il risultato delle elaborazioni di modellazione più raffinate. Si può asserire che quest'ultimo DSM ha il massimo LoD ottenibile con questi dati TLS, non tanto per il numero di triangoli che lo costituiscono, simile ai due precedenti, quanto per la complessità delle elaborazioni eseguite che richiedono quindi grande esperienza e attenzione all'operatore. Intuitivamente, anche il "DSM RiSCAN" ha un LoD più che sufficiente per essere utilizzato in un software di analisi strutturale, anzi esso andrà ulteriormente semplificato (come vedremo nel quarto capitolo). In questo lavoro si è preferito produrre dapprima un DSM dal LoD massimo e procedere solo successivamente a ridurre il suo LoD mediante procedure di semplificazione.



Figura 1 - L'Arco Bollani di Udine e i DSM prodotti con RiSCAN, MeshLab e Geomagic da scansioni TLS.

### 3. Costruzione di un modello per conci tridimensionali e risultati dall'analisi FEM

Lo scopo principale dell'analisi strutturale, nel senso più ampio del termine, è quello di definire, mediante procedimenti matematici, le caratteristiche di sollecitazione e di deformazione proprie di un corpo soggetto a determinati carichi, siano essi gravitazionali o di altra natura. Analisi di questo tipo implicano l'utilizzo di equazioni differenziali (di equilibrio, di congruenza e di legame, note dalla scienza delle costruzioni) che descrivano il comportamento di un corpo continuo sottoposto ad azioni esterne (i carichi) e a reazioni vincolari. Tali equazioni implicano l'entrata in gioco di un numero di variabili talmente elevato da rendere impossibile la loro soluzione senza l'ausilio di idonei software di calcolo che, giocoforza, basano il loro funzionamento su modelli discreti formati da un numero finito di nodi ed elementi (FEM). Pertanto se ne deduce che "modellare" significa creare un modello matematico discreto in grado di interpretare il più verosimilmente possibile il comportamento fisico reale della struttura continua, dove per modello matematico non si intende la sola discretizzazione geometrica del manufatto, ma anche la semplificazione dei carichi applicati e dei vincoli imposti, nonché dei materiali costituenti la struttura stessa.

L'analisi FEM, proprio a causa di questo processo di schematizzazione, non rappresenta un metodo esatto, bensì approssimato, si rende pertanto sempre opportuno procedere alla verifica dei risultati ottenuti mediante una serie di test che dovrebbero comprendere quantomeno (Cesari, 1982):

- il controllo dei risultati "a mano", mediante schematizzazioni semplificate;
- il controllo dell'ordine di grandezza dei risultati attesi;
- la comparazione di programmi diversi tra loro e con soluzioni teoriche esatte.

Non potendo entrare in questi aspetti specifici, argomenti appannaggio di esperti del settore costruttivo, in questo capitolo si illustreranno i risultati di una comparazione dei risultati ottenuti con programmi diversi, allo scopo di testare quantomeno la correttezza dei due procedimenti seguiti, assai diversi tra loro, per quanto riguarda l'inserimento della geometria nei due software. Come già detto nel primo capitolo, la maggior parte dei software di analisi FEM non permette l'utilizzo di modelli di superficie pre-generati: si deve modellare la struttura mediante forme

predefinite, i conci, che condizionano fortemente la rappresentazione di geometrie complesse; il vantaggio di questi software è la loro semplicità di utilizzo, anche per un “non strutturista”. Nel caso di studio, è stato utilizzato il software open-source LISA FEA (Finite Element Analysis) (Sonnenhof Holdings, 2013): mediante conci di tipo “hex8” (8 vertici - parallelepipedi) è stato costruito “manualmente” un modello dell’arco, tenendo il DSM come dato geometrico di partenza. Un aspetto fondamentale dell’analisi strutturale è la definizione dei materiali, dei vincoli, e dei carichi, operazioni non banali quando si studiano edifici storici. A differenza delle strutture in calcestruzzo armato e in acciaio, le caratteristiche meccaniche di una muratura lapidea sono difficilmente valutabili, poiché dipendono non solo dalle proprietà intrinseche del materiale ma anche dall’assemblaggio e dalle tecniche costruttive: per la struttura in istudio, si sono adottati dei valori medi rispetto a quelli riportati in letteratura (Di Sivo, 2004), riassunti nella tabella in Figura 2 a sinistra. Per quanto riguarda i vincoli, visto che l’arco è inserito fra due strutture (vedi Figura 1.1), si considerano, oltre ad un incastro alla base, dei vincoli a cerniera sui due fianchi, come indicato in Figura 2 a destra. Infine circa la condizione di carico, ci si è limitati alla semplice verifica statica al peso proprio, non considerando possibili forze inerziali dovute, ad esempio, ad eventi sismici.

Property	Value
Description	Bricks_Stone_Composite
Density	2000 kg/m <sup>3</sup>
Elastic Modulus	2.7e+09 Pa
Poisson Ratio	0.25
Default Failure Criterion	Coulomb Mohr
Ultimate Tensile Srength	1.725e+06 Pa
Ultimate Compressive Srength	7e+06 Pa

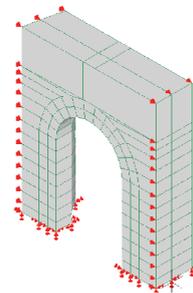


Figura 2 - Caratteristiche meccaniche di resistenza e vincoli considerati per l’analisi strutturale.

Con i materiali, i vincoli e i carichi sopra descritti, fra i vari risultati ottenuti, nelle Figure 3.1 (fronte) e 3.3 (retro), sono rappresentati i risultati della combinazione degli spostamenti calcolati nelle tre direzioni, ben inteso che i più significativi sono gli abbassamenti nella direzione verticale. Lo stesso modello “a conci” è stato quindi opportunamente importato in Rhinoceros® (Robert McNeal & Associates, 2012) ove è stato analizzato, tramite il *plug-in* strutturale Scan&Solve™ (Intact Solutions, 2014), adottando le medesime condizioni statiche. Si noti che l’analisi strutturale avviene direttamente all’interno di Rhino, ambiente grafico ben noto nella comunità geomatica. Dal punto di vista geometrico, il modello dell’arco utilizzato è esattamente il precedente: per svolgere i calcoli strutturali, Scan&Solve considera automaticamente la superficie complessiva di “involucro” dei conci. I risultati degli spostamenti ottenuti sono riportati in Figura 3.2 (fronte) e 3.4 (retro).

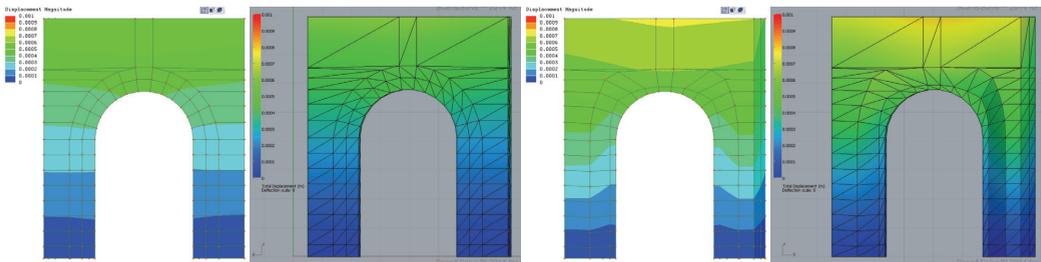


Figura 3 - Spostamenti dovuti al peso proprio calcolati con software LISA FEA (1 e 3) e Scan&Solve (2 e 4) sul lato frontale (1 e 2) e su quello posteriore (3 e 4) dell’arco.

Risulta evidente che, a meno delle diverse modalità grafiche, la distribuzione geometrica dei risultati e i valori massimi e minimi ottenuti sono equivalenti: questa corrispondenza è di notevole interesse, in *primis* per validare la correttezza delle metodologie adottate. Ancor più significativo è il fatto che, in realtà, Scan&Solve può elaborare direttamente un DSM “geomatico”, quindi senza composizione manuale dei conci, e fornisce gli stessi risultati di LISA, software riconosciuto come affidabile nella comunità scientifica degli strutturalisti, che invece richiede tale lavoro all’operatore.

#### 4. Creazione di DSM a diverso LoD analizzabili direttamente dai software FEM

Avendo appena verificato che l’approccio semplificato di Scan&Solve, direttamente in ambiente grafico Rhino, risulta perfettamente congruente con il più classico approccio a conci di LISA, si indagherà ora su come cambiano i risultati variando il LoD geometrico e/o strutturale.

Come già detto al secondo capitolo, il LoD del DSM geomatico che è stato ottenuto può essere considerato il massimo ottenibile (si intende con la strumentazione utilizzata e l’attuale *know how*), ad esempio si possono distinguere i fregi e le bugnature. Questo LoD, ottimale per un rilevamento architettonico e/o per la stampa 3D, è invece eccessivo, in prima analisi, per l’analisi strutturale. Il LoD geometrico “necessario e sufficiente” dipende quindi dall’utilizzo del modello: è richiesto un LoD alto per prodotti ad alta corrispondenza con la realtà, mentre basta un LoD basso per analisi di tipo strutturale. Si tratterà di capire quanto può essere abbassato tale LoD, creando dei DSM sempre meno dettagliati, sui quali imporre ovviamente le stesse condizioni di carico e di vincolo.

Esistono diversi algoritmi che portano alla semplificazione delle *mesh*, ma tutte le tecniche di proposte in letteratura si basano su una qualche variazione o combinazione di due meccanismi primitivi di base: *unione di vertici* e *decimazione*. Il primo metodo si basa sull’utilizzo di algoritmi di *clustering* ove, impostando una griglia *voxel*, è possibile unire i vertici che si trovano nel medesimo *voxel*. Queste algoritmi forniscono soltanto un controllo limitato sulla complessità, sulla topologia o la qualità della *mesh* risultante e pertanto non sono adatti al nostro scopo (Bischoff e Kobbelt, 2004). La decimazione descrive invece quella classe di algoritmi che permette di ottenere, partendo da una *mesh*, un’altra con meno facce, bordi e vertici, mediante processi iterativi che si basano sulla rimozione dei vertici “meno importanti” e delle facce ad essi afferenti e sulla ri-triangolazione del foro risultante. Tali algoritmi permettono di mantenere i bordi principali del modello (Figura 4) e pertanto risultano i più adatti agli scopi che ci stiamo prefiggendo.

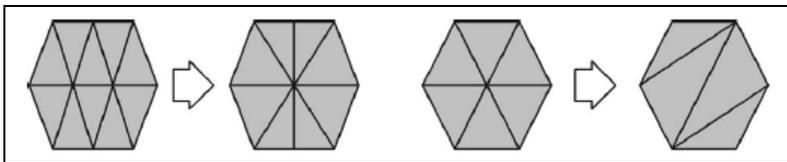


Figura 4 - Metodi di decimazione di *mesh* con vincolo di mantenimento del bordo.

All’interno del software Geomagic, a partire allora dal DSM dell’arco composto da 998.000 triangoli è stato applicato il filtro *decimation*, impostando come vincoli sia il mantenimento del bordo sia delle curvature e fissando la percentuale di decremento percentuale dei triangoli. Da tali elaborazioni sono stati quindi ottenuti sei modelli con diversi LoD, composti rispettivamente da 500.000, 200.000, 100.000, 50.000, 20.000 e 10.000 triangoli, che vengono rappresentati in Figura 5. Risulta evidente come, maggiore è il numero di triangoli, maggiore è l’attinenza alla realtà. Tali modelli sono stati quindi rielaborati sia con Geomagic sia con Rhino, per poterli poi analizzare con Scan&Solve, che accetta solo modelli chiusi e senza incongruenze geometriche e topologiche.

L’operazione di “riduzione controllata” del LoD geometrico qui percorsa simula il processo di costruzione di un DSM con tecniche geomatiche via via meno efficienti: si è preferita questa simulazione al confronto fra DSM effettivamente ottenuti da rilevamenti diversi. Ad esempio, un “DSM” costruito da un rilevamento diretto dell’arco non può certamente evidenziare le asimmetrie e irregolarità costruttive presenti: l’analisi strutturale condotta a partire da tale modello ha portato a risultati significativamente diversi e comunque di difficile confronto con quelli ottenuti dai sei modelli.



Figura 5 - Modelli geometrici dell'arco con LoD decrescente, da 500.000 a 10.000 triangoli.

### 5. Analisi dei risultati ottenuti variando il LoD geometrico e il LoD strutturale

Oltre ai diversi LoD per il modello geometrico, si deve tener conto che, nei programmi di calcolo strutturale, si possono condurre analisi FEM più o meno approfondite, di fatto quindi con un diverso LoD. In particolare, nel software Scan&Solve, il dettaglio dipende dal numero di cubetti in cui viene divisa la struttura da analizzare che può variare da 10.000 a 500.000, così come già descritto in Visintini e Spangher (2014). La scelta della dimensione del cubetto permette pertanto di tenere in considerazione elementi più o meno piccoli della struttura, ma anche di valutare più o meno efficacemente le variazioni di sforzi e tensioni in presenza di forti curvature o di punti singolari. Assodata l'ovvia proporzionalità fra numero di cubetti suddividenti e tempo computazionale necessario, in Figura 6 sono rappresentati i cubetti per tre diversi LoD, via via più grande.

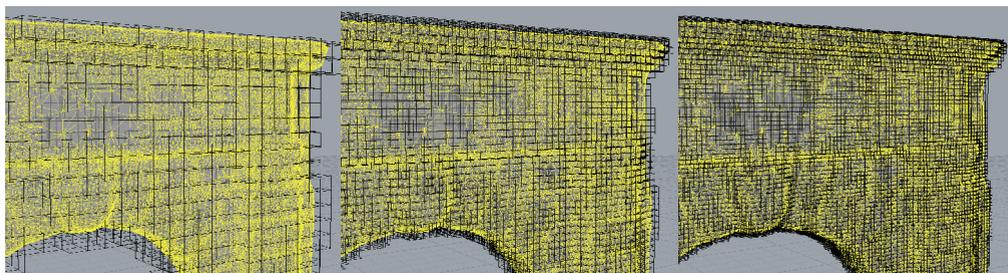


Figura 6 - Modelli strutturali dell'arco con LoD crescente, da 10.000 a 500.000 cubetti.

Dal punto di vista analitico, per ogni cubetto si considerano delle equazioni differenziali diverse: di volume, se è completamente interno al DSM, di contorno, se le *mesh* invece lo attraversano.

Partendo pertanto da ognuno dei sei modelli ottenuti con diversi LoD geometrico, si sono analizzati i risultati che si ottengono al variare del numero di cubetti utilizzati, con il fine ultimo di definire quale sia il LoD geometrico e strutturale più adeguato. Come tutti i programmi di calcolo strutturale, anche Scan&Solve fornisce in *output* svariati valori (puntuali) di sollecitazioni e deformazioni: si è focalizzata l'attenzione sui risultati dello spostamento globale della struttura, ovvero lo spostamento dato dalla combinazione lineare degli spostamenti nelle tre direzioni X, Y e Z. Tale scelta è dettata sia dal fatto che dai valori degli spostamenti si ricavano poi numericamente tutti i valori degli sforzi e delle deformazioni, sia dal fatto che la lettura di questi risultati è agevole.

I dati ottenuti sono riportati nella tabella in Figura 7, dove il LoD geometrico aumenta con le righe, mentre il LoD strutturale aumenta con le colonne. Come si può notare, i sei modelli geometrici differiscono per volume e superficie, mentre la massa della struttura è stata mantenuta appositamente costante tramite un coefficiente moltiplicativo applicato al peso specifico, affinché, pur semplificando il modello, il peso che influisce sull'analisi strutturale resta invariato.

Si nota come, aumentando il LoD, tutti i valori aumentano: per ognuno dei 36 modelli, sono indicati (in mm) il lato dei cubetti, il numero di cubetti rispettivamente lungo la profondità, larghezza e altezza ed il valore (in mm) dello spostamento massimo, un abbassamento prevalentemente in verticale, che si trova sul punto più alto (8,39 m), in mezzeria e sul lato posteriore, dove l'arco ha una sezione resistente minore, in quanto l'apertura centrale aumenta sia nei fianchi che in alto.

		LIVELLO DI DEFINIZIONE DEL MODELLO STRUTTURALE						
		10.000	108.000	206.000	304.000	402.000	500.000	
LIVELLO DI DEFINIZIONE DEL MODELLO GEOMETRICO	Modello 10.000	lato cubetto [mm]	198	84	67	59	53	49
		n° cubetti per direzione	13x38x42	29x87x97	37x108x121	42x124x138	46x136x152	49x147x164
		spostamento massimo [mm]	1,69550	1,71881	1,72356	2,09542	1,72693	1,72758
		Volume	53,919 m <sup>3</sup>					
		Superficie	120,615 m <sup>2</sup>					
		Massa	132.118 kg					
	Modello 20.000	lato cubetto [mm]	207	88	70	61	55	51
		n° cubetti per direzione	15x37x41	33x86x94	41x108x118	46x123x135	51x135x148	55x146x160
		spostamento massimo [mm]	1,13078	1,13997	1,14155	1,14220	1,14266	1,14289
		Volume	61,2713 m <sup>3</sup>					
		Superficie	131,150 m <sup>2</sup>					
		Massa	132.118 kg					
	Modello 50.000	lato cubetto [mm]	210	89	71	62	56	52
		n° cubetti per direzione	15x37x40	34x87x94	43x108x117	49x124x134	53x136x147	58x147x159
		spostamento massimo [mm]	0,97872	0,98884	0,99035	0,99104	0,99151	0,99186
		Volume	63,7928 m <sup>3</sup>					
		Superficie	138,885 m <sup>2</sup>					
		Massa	132.118 kg					
Modello 100.000	lato cubetto [mm]	212	90	71	62	57	53	
	n° cubetti per direzione	16x38x40	35x87x93	44x109x116	50x124x133	55x137x146	59x147x158	
	spostamento massimo [mm]	0,92038	0,92449	0,92488	0,92571	0,92578	0,92572	
	Volume	64,8658 m <sup>3</sup>						
	Superficie	144,299 m <sup>2</sup>						
	Massa	132.118 kg						
Modello 200.000	lato cubetto [mm]	214	90	72	63	57	53	
	n° cubetti per direzione	16x38x40	36x87x93	44x109x116	51x125x132	56x137x146	60x148x157	
	spostamento massimo [mm]	0,93077	0,92550	0,92384	0,92418	0,92358	0,92381	
	Volume	65,7164 m <sup>3</sup>						
	Superficie	151,425 m <sup>2</sup>						
	Massa	132.118 kg						
Modello 500.000	lato cubetto [mm]	216	91	72	63	57	53	
	n° cubetti per direzione	16x38x40	36x88x92	45x110x115	52x126x132	57x139x145	61x149x157	
	spostamento massimo [mm]	0,83082	0,81947	0,814565	0,812239	0,81070	0,80993	
	Volume	66,0589 m <sup>3</sup>						
	Superficie	157,980 m <sup>2</sup>						
	Massa	132.118 kg						

Figura 7 - Sperimentazione per diversi valori di LoD geometrico (righe) e LoD strutturale (colonne).

Lo spostamento è rappresentato sul DSM con una scala di colori che varia dal valore minimo di 0 mm (in blu) al valore indicativo massimo di 1 mm (in rosso): si nota come lo spostamento sia nullo alla base, vincolata a incastro, e come aumenti salendo fino a superare addirittura i 2 mm per la struttura con LoD inferiore. Risulta evidente come lo spostamento non sia rilevante giacché, essendo la struttura realizzata in pietra e mattoni, non ammette fenomeni elastici. Dall'analisi dei modelli realizzati si evince che per una decimazione della superficie fino al 10% circa nel numero di triangoli (Modello 100.000), si riesce ancora ad apprezzare la geometria del modello: vengono infatti mantenute, oltre che le forme, anche i contorni dei vari componenti in maniera piuttosto

definita. A partire dai modelli a definizione inferiore, si ha un veloce degrado verso geometrie che difficilmente sono rappresentative dell'oggetto rilevato: in particolare, se nei Modelli 50.000 e 20.000 sono ancora identificati i componenti principali della struttura, ovvero le sporgenze laterali, la chiave dell'arco e il cornicione superiore, ma va invece persa la geometria dei conci; nel modello più semplice, tali differenze vengono totalmente assorbite e la superficie risulta liscia. Contrariamente, per quanto riguarda i diversi LoD per la modellazione strutturale, avendo a che fare con un oggetto quasi regolare e che presenta peculiarità geometriche che si attestano sui 10 cm circa, i risultati convergono velocemente una volta superati i 108.000 cubetti per l'analisi. Chiaramente maggiore sarà il LoD geometrico, minore sarà la dimensione del cubetto necessario a contenere le differenze geometriche e pertanto si dovrà usare un LoD strutturale maggiore. L'analisi globale dei risultati ottenuti porta comunque alla valutazione che l'andamento generale dei risultati diventa più o meno costante con modelli con decimazione non superiore al 10% e con dimensione del cubetto paragonabile alle caratteristiche peculiari geometriche dell'oggetto che si sta indagando.

## 6. Conclusioni

Lo scopo di questa ricerca è di indagare quale sia il livello di dettaglio (LoD) ottimale con il quale eseguire un'analisi strutturale considerando la modellazione sia geometrica sia strutturale. Dallo studio svolto si evince che, pur essendo i DSM ottenuti da rilevamento TLS, opportunamente adattati, direttamente utilizzabili da software FEM, risulta conveniente semplificare la *mesh*, sia per scopi computazionali sia per ridurre possibili incongruenze. La semplificazione per decimazione permette di mantenere pressochè inalterati forme e contorni e interviene solo sul numero dei triangoli interni della superficie. Per l'oggetto rilevato e per il dettaglio massimo iniziale dello stesso, si è potuto decimare i triangoli fino a ridurli al 10% di quelli iniziali, quindi alleggerendo notevolmente il modello da utilizzare per l'analisi strutturale, ma conservando una buona corrispondenza geometrica alla realtà. Per quanto riguarda l'analisi strutturale, il LoD dipende invece dalla misura del cubetto/concetto utilizzato, che deve essere dimensionato adeguatamente alle componenti dell'oggetto: una volta osservato tale criterio, risulta superfluo andare ad aumentare il LoD in quanto l'affinamento del risultato finale è trascurabile a fronte dello sforzo computazionale. Generalizzando si può quindi asserire che partendo da un modello ricavato con tecniche geomatiche (TLS e/o fotogrammetriche) e procedendo per successive decimazioni si possono ottenere modelli idonei per analisi strutturali, che invece difficilmente sarebbero realizzabili mediante rilevamento diretto. In definitiva, la correttezza, la precisione ed il dettaglio dei rilevamenti geomatici, appaiono "necessarie e non eccessive" per le indagini strutturali su edifici di valore storico-architettonico.

## Bibliografia

- Bischoff S., Kobbelt L. P. (2004), "Teaching meshes, subdivision and multiresolution techniques", *Computer-Aided Design*, 36: 1483-1500.
- Cesari F. (1982), *Introduzione al metodo degli elementi finiti*, Pitagora Edizioni, Bologna.
- Sonnenhof Holdings (2013), "Beginners' Guide: Getting Started with LISA FEA - v8.0.0".
- Di Sivo M. (2004), *Atlante della Pietra*, UTET, Torino, 86-92.
- Girardeau-Montaut D. (2015), *CloudCompare ver. 2.6.1*, <http://www.cloudcompare.org/>.
- Intact Solutions (2014), *Scan&Solve™ for Rhino ver. 1.6*, <http://www.scan-and-solve.com/>.
- Robert McNeal & Associates (2012), *Rhinoceros® ver. 5.0*, <http://www.rhino3d.com/it/>.
- Riegl (2009), "Operating&Processing Software RiSCAN PRO for Riegl 3D Laser Scanners - v1.5.0sp1".
- Visintini D., Spangher A. (2013), "Rilevamento laser scanning, modello della superficie (DSM) e modello per il metodo agli elementi finiti (FEM) di una struttura", *Atti della 17a Conferenza Nazionale ASITA*, 1287-1294.
- Visintini D., Spangher A. (2014), "Il contributo della Geomatica per l'analisi strutturale dei beni culturali: l'esempio di una statua romana lesionata", *Atti della 18a Conferenza Nazionale ASITA*, 1229-1236.
- Visual Computing Lab - ISTI - CNR (2014), *MeshLab© ver. 1.3.3*, <http://meshlab.sf.net>.
- 3D Systems (2012), *Geomagic Studio©*, <http://www.geomagic.com/it/products/>.