

Impatto della correzione ortometrica sulla chiusura di linee di livellazione geometrica

(riassunto esteso)

Riccardo Barzaghi (*), Barbara Betti (*), Daniela Carrion (*), Gianfranco Gentile (**),
Renzo Maseroli (***), Fausto Sacerdote (**)

(*) DIAR, Politecnico di Milano

(**) DICEA, Università degli Studi di Firenze, via di S.Marta 3, 50139 Firenze,

tel. 0554796312, fax 0554796494, e-mail fausto@dicea.unifi.it

(***) Istituto Geografico Militare

Il sistema ufficiale di quote sul territorio italiano è definito dalla rete di livellazione nazionale di alta precisione istituita dall'IGM, la cui lunghezza complessiva supera i 20000km. Le altezze attribuite ai capisaldi, la cui mutua distanza è di circa 1km, risultano dalla compensazione delle misure di livellazione eseguite sull'intera rete e periodicamente ripetute. In realtà, negli anni '70 del XX secolo l'IGM ha eseguito misure di gravità lungo la maggior parte delle linee allora esistenti, allo scopo di determinare numeri geopotenziali compensati nei nodi della rete, come richiesto per la prima versione dell'UELN (United European Leveling Network), che allora interessava i paesi dell'Europa occidentale. Questi dati di gravità non sono mai stati utilizzati per la determinazione delle quote ufficiali sui capisaldi della rete, dato che si era constatato che per quasi tutte le maglie della rete, lungo le quali i dislivelli non superano le poche centinaia di metri, gli scarti di chiusura sono ampiamente entro la tolleranza stabilita dalle linee guida (basata sull'espressione $\Delta H = 2\sqrt{l}$, dove lo scarto ΔH è in mm e la lunghezza della linea l in km), e che l'introduzione di correzioni ortometriche o normali non avrebbe modificato in modo significativo i valori ottenuti.

In tempi successivi la rete è stata densificata con l'istituzione di nuove linee. In particolare la linea 155, che congiunge il nodale 17 presso Ivrea con Villeneuve in Valle d'Aosta attraverso il Colle de Nivolet a quota superiore a 2600m, costituisce insieme con parte della linea AF che percorre il fondo valle una maglia chiusa lunga circa 200km, lungo la quale lo scarto di chiusura di circa 7cm è nettamente fuori tolleranza. Questo fatto è stato attribuito non solo alla presenza di un dislivello molto elevato, ma anche alle forti variazioni di gravità legate alle disomogeneità della densità nella zona (corpo di Ivrea). In effetti, uno studio presentato nella passata edizione di ASITA (Gentile et al., 2011) ha mostrato che su questa stessa maglia lo scarto di chiusura in termini di altezze normali si riduce a circa 2.4cm e rientra nella tolleranza.

Per giungere a questo risultato era necessario disporre dei dati di gravità lungo tutto il percorso. Le misure di gravità, eseguite in tempi recenti, erano disponibili soltanto su parte della linea 155; per la restante parte si è valutata la possibilità di utilizzare valori interpolati dal data-base gravimetrico nazionale.

L'interpolazione è stata eseguita sui residui ottenuti dopo aver sottratto dai dati di gravità la gravità normale, la componente a grande lunghezza d'onda delle anomalie di gravità tratta dal modello globale GPM98CR (Wenzel 1998) e la correzione topografica residua (Forsberg 1994). E' stato applicato l'algoritmo della collocazione veloce (Bottoni et al. 1993), e infine sono state nuovamente aggiunte le componenti che erano state sottratte.

I valori ottenuti sono stati confrontati con quelli misurati nei tratti in cui questi erano disponibili; il risultato del confronto, che presenta una deviazione standard di circa 5mgal, può essere considerato soddisfacente, dato che si può stimare che un'incertezza sui valori di gravità dell'ordine di 10mgal comporta, su un dislivello di 2000m, un'incertezza nell'altezza normale di pochi mm.

Avendo a disposizione valori di gravità lungo tutta la maglia chiusa, è stato possibile eseguire il calcolo delle correzioni ortometriche e delle altezze normali.

Per le correzioni ortometriche è stata utilizzata la ben nota formula (Heiskanen and Moritz 1993)

$$OC_{AB} = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \cdot \partial n + \frac{\bar{g}_A - \gamma_0}{\gamma_0} \cdot H_A - \frac{\bar{g}_B - \gamma_0}{\gamma_0} \cdot H_B$$

dove ∂n è il dislivello determinato con la livellazione fra due capisaldi, g è la gravità media nel tratto corrispondente, $\gamma_0 = 980.6294 \text{ gal}$ è la gravità normale a latitudine 45° , \bar{g}_A e \bar{g}_B sono i valori medi della gravità lungo le verticali per A e B fra la superficie terrestre e il geoide. Per H_A e H_B è possibile scegliere i valori non corretti senza alterare significativamente il risultato.

Il calcolo della correzione ortometrica è stato eseguito, nei tratti in cui i dati erano disponibili, sia con i valori di gravità misurati sia con quelli interpolati. Nel tratto ascendente della linea 155, fra il caposaldo iniziale e il punto di quota massima, il valore calcolato della correzione ortometrica è risultato di circa 46cm, con una differenza di poco più di 1cm fra il valore ottenuto con i dati misurati di gravità e quello ottenuto con i dati interpolati.

Per il calcolo dell'altezza normale è stata usata la formula $H^* = C/\bar{\gamma}$, dove $\bar{\gamma}$ è la media della gravità normale lungo la normale all'ellissoide fra ellissoide e telluroide; per il calcolo del numero geopotenziale C è stata usata l'espressione

$$C(P) = C(P_0) - W(P) + W(P_0)$$

dove il valore di C nel punto iniziale P_0 è tratto dai dati IGM, mentre le differenze di geopotenziale lungo la linea sono state calcolate utilizzando dislivelli e valori della gravità. Il calcolo di $\bar{\gamma}$ è stato eseguito assumendo un gradiente costante di 0.3086 mgal/m e usando altezze non corrette. Anche in questo caso è stato verificato che errori su $\bar{\gamma}$ di qualche mgal portano, su dislivelli dell'ordine di 2000 m , a errori sull'altezza normale non superiori al cm .

Le correzioni normali per dislivelli elevati risultano essere circa la metà delle correzioni ortometriche. Il risultato più interessante riguarda la differenza fra altezze normali e altezze ortometriche, per cui è nota la formula approssimata (Heiskanen and Moritz, 1993)

$$H - H^* = \zeta - N \approx \left(-\frac{\Delta g_{\text{Bouguer}}}{\bar{\gamma}} \right) \cdot H$$

La verifica di questa formula è stata effettuata lungo la linea 155. In realtà fra i due membri dell'uguaglianza è stata trovata una discrepanza quasi costante di circa 17 cm , con l'eccezione di alcuni punti in alta quota, in cui la essa è inferiore di alcuni cm . La causa non è stata per il momento indagata, ma presumibilmente è dovuta a qualche incoerenza dei valori nel punto iniziale. In ogni caso, si tratta di un risultato significativo, dato che lungo la linea le anomalie di Bouguer subiscono una variazione molto grande, da un massimo di circa $+60 \text{ mgal}$ a un minimo di circa -190 mgal .

Lo studio illustrato riguarda una delle poche maglie chiuse della rete di livellazione di alta precisione interamente entro il territorio nazionale con dislivelli superiori ai 2000 m , mentre numerose sono le linee aperte che raggiungono il confine di stato a quote piuttosto elevate per collegarsi con linee di livellazione dei paesi confinanti. I risultati ottenuti giustificano il suggerimento di adottare in tempi brevi le altezze ortometriche o le altezze normali per l'intera rete nazionale di livellazione di alta precisione, secondo le indicazioni degli organismi internazionali in relazione all'istituzione e al mantenimento dell'European Vertical Reference System (Sacher et al. 2009).

Bibliografia

- Bottoni, G. and Barzaghi, R. (1993) - *Fast Collocation* - Bulletin Géodésique, Vol. 67, No. 2, pp. 119-126.
- Forsberg, R. (1994) - *Terrain effects in geoid computations*. - Lectures Notes of the International School for the Determination and Use of the Geoid. IGeS, DIAR, Politecnico di Milano.

- Gentile, G., Maseroli, R. and Sacerdote, F. (2011) – *Studio dell'effetto della gravità su circuiti chiusi della livellazione di alta precisione in presenza di dislivelli molto elevati* – Atti della 15^o Conferenza Nazionale ASITA, 1151-1158
- Heiskanen, W.A., Moritz, H. (1993) - *Physical Geodesy* - Institute of Physical Geodesy Technical University, Graz, Austria.
- Sacher M., Ihde J., Makinen J. (2009), “EVR2007 as realization of European Vertical Reference System” – *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*, vol LXVIII, n.1.
- Wenzel, G. (1998) - *Ultra high degree geopotential models GPM98A, GPM98B and GPM98C to degree 1800*. <http://www.gik.uni-karlsruhe.de/~wenzel/gpm98abc/gpm98abc.htm>