

Simulazioni di traffico veicolare e modello radiativo: una interpretazione congiunta

Matteo Roffilli

Bioretics srl, Via Cartesio 2, 47042, Cesenatico (FC), Italy, roffilli@gmail.com

Riassunto

Nella conferenza Asita 2008 abbiamo presentato (Boschetti et al., 2008) una estensione del modello domanda-offerta per la simulazione puntuale dei flussi di traffico veicolare che teneva in considerazione la distribuzione della popolazione nel territorio. Il risultato dei nostri esperimenti confermava che l'introduzione di questo principio migliorava sensibilmente i valori di flusso stimati che risultavano molto più vicini ai valori reali rilevati.

Recentemente è apparso in letteratura ad opera del gruppo di ricerca di Barabasi (Simini et al., 2012) un nuovo modello, denominato radiativo, per la previsione dei flussi di traffico tra aree geografiche diverse che parte proprio dal principio della densità della popolazione per superare i limiti del consolidato modello gravitazionale.

La nostra tesi è che l'estensione del modello da noi proposta nel 2008 può essere interpretata e giustificata alla luce dei risultati teorici del modello radiativo, rappresentando una specifica implementazione *ante litteram* del suo principio fondante. In questo lavoro di ricerca sperimentale presenteremo in dettaglio la metodologia utilizzata per confrontare i due modelli dal punto di vista teorico e sperimentale. I risultati presentati corroborano la tesi iniziale ovvero che la nostra estensione del modello domanda-offerta e il modello radiativo mostrano una significativa connessione.

Abstract

During the Asita 2008 conference, we presented an extension of a classical model for the accurate simulation of traffic flows (Boschetti et al., 2008). That model took into account the distribution of population across the areas under investigation. Presented results showed that the given principle was able to improve estimated flow values by achieving better experimental validation. Recently, Barabasi's research group (Simini et al., 2012) has presented a novel approach, called radiation model, for estimating mobility patterns across geographical areas which takes into account the distribution of population to the aim of outperforming the well-known gravitational model. We argue that our model extension can be reviewed under this new radiation principle to the extent of representing one of its *ante litteram* application. Achieved both theoretical and experimental results show that two models present interesting links.

Introduzione

La determinazione dei flussi di traffico di persone e di merci nella rete stradale è di fondamentale importanza per molte attività strategiche sia nel pubblico che nel privato. Demografia, logistica e commercio sono solo alcuni dei settori che inerentemente usano previsioni e analisi dei flussi di traffico per l'operatività ordinaria. Sia che si tratti di spostamenti a corto raggio all'interno della città o di lungo raggio tra città e regioni distanti, la possibilità di capire e prevedere perché alcuni fenomeni, o pattern, di spostamento avvengono diventa di cruciale importanza. Storicamente sono stati presentati in letteratura diversi modelli in grado di spiegare in modo ragionevole i dati di spostamento rilevati in costose campagne di acquisizione, come il consueto censimento del

pendolarismo che l'ISTAT effettua ogni dieci anni. Gran parte di questi modelli si basa sul concetto di domanda e di offerta. Almeno per il pendolarismo, nella domanda si fa riferimento ad un unico luogo di partenza, denominato origine ed uno soltanto di arrivo, definito destinazione. Chiaramente la realtà presenta spostamenti multi-tappa, dove la destinazione di un percorso diventa origine di un altro e così via. In questo lavoro ci limitiamo a tenere in considerazione gli spostamenti pendolari sistematici non multi-tappa che sono manifestazione di processi stazionari e per i quali esistono molti dati sperimentali disponibili per la validazione. La definizione della domanda parte solitamente dalla costruzione di una matrice Origine-Destinazione (OD) che raccoglie le richieste di spostamento effettuate dalla popolazione presa in esame (o da un suo campione) da una zona geografica ad un'altra, entrambe opportunamente definite di solito per mezzo di poligoni georeferenziati (ad esempio le zone di censimento ISTAT). Questi dati possono o venire raccolti tramite campagne di acquisizione o venire stimati tramite appositi modelli generatori che, tenendo conto di variabili demografiche e geografiche, sono in grado di stimare quantitativamente il valore per ogni combinazione OD. Un modello classico largamente utilizzato in applicazione pratiche è il modello gravitazionale (Erlander, Stewart, 1990) che si basa su tre variabili principali: i) numero di abitanti della origine, ii) numero di abitanti della destinazione e iii) distanza relativa. Sebbene storicamente utilizzato, questo modello presenta alcune importanti limitazioni, come puntualmente rilevato da (Simini et al., 2012). Gli stessi autori presentano un nuovo modello di predizione degli spostamenti, denominato radiativo, che supera il modello gravitazionale tramite l'utilizzo di un'ulteriore variabile che tiene conto della densità di popolazione che è presente lungo tutti i potenziali percorsi che congiungono l'origine alla destinazione. Questo nuovo principio è lo stesso che fu da noi utilizzato alcuni anni fa (Boschetti et al., 2008) nella realizzazione di una estensione del modello domanda-offerta per l'assegnamento puntuale dei flussi di traffico. Sebbene i due modelli risolvano problemi differenti all'interno dello stesso ambito: la generazione di una matrice OD il primo e l'assegnamento della matrice OD ad una rete di trasporto il secondo, notiamo molte convergenze sui principi alla base di entrambi che riteniamo utili per una più approfondita comprensione del fenomeno pendolarismo nel suo complesso.

Il modello radiativo

Rimandando all'articolo (Simini et al., 2012) per una completa trattazione riportiamo qui l'equazione principale del modello radiativo con cui confronteremo il modello da noi presentato:

$$\langle T_{ij} \rangle \equiv T_i \frac{m_i n_j}{(m_i + s_{ij})(m_i + n_j + s_{ij})}$$

dove:

$\langle T_{ij} \rangle$ è il numero stimato di veicoli/persone che si muovono tra la origine i e la destinazione j

T_i è il numero totale dei potenziali veicoli/persone in uscita dalla origine i verso tutte le destinazioni

m_i è il numero totale di abitanti origine i

n_j è il numero totale di abitanti dalla destinazione j

r_{ij} è la distanza tra origine i e destinazione j

s_{ij} è il numero totale di abitanti in un'area di raggio r_{ij} centrata in i a cui è sottratta la popolazione della origine i e della destinazione j e rappresenta la densità di popolazione che si frappone tra origine e destinazione.

L'estensione del modello domanda-offerta per l'assegnamento puntuale

Presentiamo qui in sintesi il modello da noi proposto con alcune variabili rinominate e un maggior dettaglio rispetto alla formulazione originale per convenienza di analisi congiunta con il modello radiativo. L'offerta, ovvero la rete di trasporto stradale, è rappresentata come un grafo $G = (V, A)$ dove $V = V_r \cup V_v$ è il set dei nodi e $A = A_r \cup A_v$ il set degli archi. A_r è il subset degli archi realmente esistenti and V_r il subset dei relativi nodi terminali. V_v è il subset dei nodi virtuali e A_v è il subset degli archi che li connettono a tutti i nodi in V_r (reali) che appartengono, geograficamente, a quella particolare zona. Ogni nodo virtuale $k \in V_v$ è univocamente associato ad una zona $i \in \Delta$, dove Δ è l'insieme delle zone, tramite una funzione di mapping $z: k = z(i)$. Il risultato della simulazione, ovvero l'assegnamento dei flussi di traffico ad ogni arco, è formalizzato come la soluzione di un problema di minimizzazione del costo complessivo di percorrenza del grafo in cui per ogni arco $(k, t) \in A$ viene calcolata una stima del flusso $f_{kt} \in \mathbb{N}$ che lo attraversa con costo $c_{kt} \in \mathbb{R}^+$ relativo al tempo necessario per attraversare l'arco. Tale costo è in accordo con il manuale HCM (TBR, 2000) ed è funzione non lineare di flusso e lunghezza.

La matrice OD è modellizzata come un set indicizzato $H = [h]$ di coppie (i, j) con $i \in \Delta, j \in \Delta$, ognuna delle quali ha associata una richiesta di spostamenti $b_h \in \mathbb{N}^+$. Le richieste sono quindi distribuite sul flusso $\varphi_p \in \mathbb{N}$ che attraversa il percorso direzionato $p \in \Phi_h$ dove Φ_h è il set dei percorsi per la coppia OD h e $\Phi = \bigcup_{h=[h]} \Phi_h$ è l'insieme di tutti i percorsi. Per ogni coppia OD sono infatti possibili molteplici percorsi lungo i quali si può distribuire il flusso richiesto. Nella formulazione sottostante δ_{kt}^p è una costante uguale a 1 se l'arco (k, t) appartiene al percorso p e a 0 in caso contrario, mentre $u_{kt} \in \mathbb{N}$ è la capacità massima teorica dell'arco (k, t) .

Il risultante problema di assegnamento è il seguente:

$$(P) \quad \min \sum_{(k,t) \in A} c_{kt}(f_{kt}) \quad [1]$$

$$s.t \quad \sum_{p \in \Phi_h} \varphi_p = b_h - \xi \quad \xi \in \mathbb{N} \quad [2]$$

$$f_{kt} = \sum_{p \in \Phi} \delta_{kt}^p \varphi_p \leq u_{kt} \quad (k, t) \in A \quad [3]$$

$$\sum_{i \in V_r} u_{kt} = \alpha_i m_i \quad k = z(i), \forall i \in \Delta \quad [4]$$

$$\sum_{k \in V_r} u_{kt} = \beta_j n_j \quad t = z(j), \forall j \in \Delta \quad [5]$$

dove $\alpha_i = \frac{\sum b_h}{m_i}$ e $\beta_j = \frac{\sum b_h}{n_j}$, con $h \in H$, sono calcolati a priori.

L'assegnamento finale deriva dalla ricerca del punto di equilibrio dei flussi pertinenti a differenti coppie OD nel contesto di un modello deterministico a richiesta finita. L'algoritmo di assegnamento utilizzato per la soluzione è un'estensione di un codice per la risoluzione di un problema di Min-Cost Multicommodity flow, che gestisce gli assegnamenti parziali dell'approccio all-or-nothing, decomposto in un sotto-problema di tipo Min-Cost flow per ogni zona origine i . La soluzione è ottenuta seguendo un percorso iterativo di ottimizzazione a chunk a valori interi che consiste nel ricercare per ogni pacchetto inviabile da una sorgente un percorso a costo minimo con successivo assegnamento del flusso anche in forma parziale rispetto alle dimensioni del chunk.

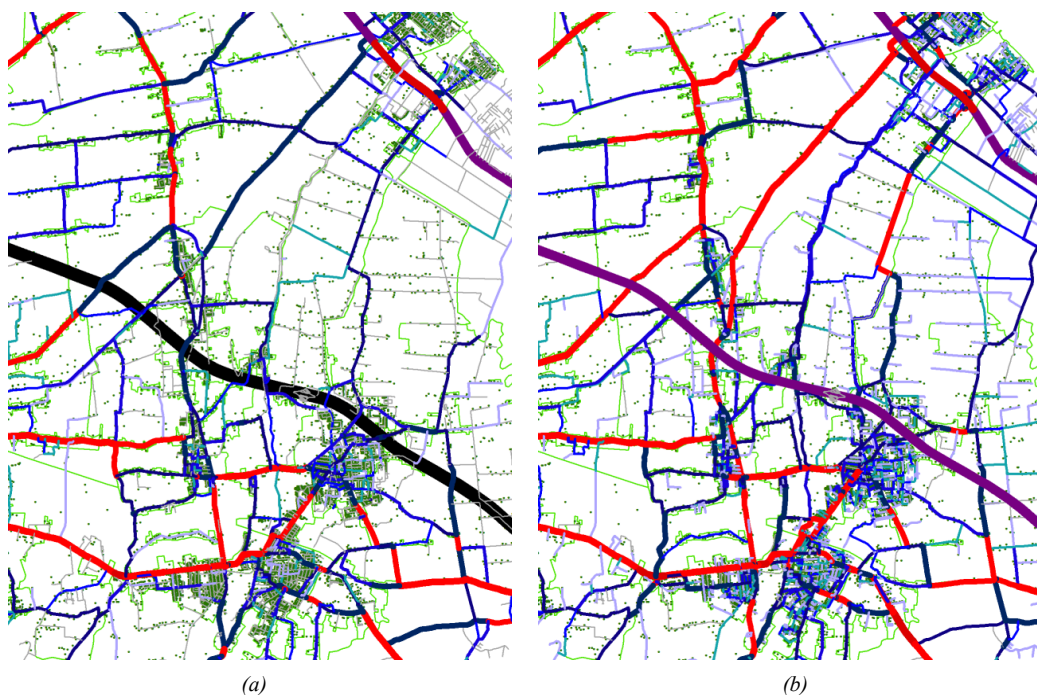


Figura 1. Risultati della simulazione del traffico relativi ad un'area di interesse contenente i 3 comuni dell'Unione dei Comuni del Rubicone in Emilia Romagna. Lo spessore e il colore delle linee rappresentano in scala non lineare e quantizzata il flusso di veicoli equivalenti ottenuto. Il colore nero rappresenta la classe più grande (>2200 veicoli equivalenti/ora). Le linee verde chiaro rappresentano i confini per i quali è disponibile la matrice OD, mentre i punti verdi scuro la distribuzione dei numeri civici, utilizzati come stima indiretta della distribuzione geografica della popolazione. La linea che attraversa le figure da Ovest a Est è l'Autostrada A14. Le capacità degli archi virtuali sono state impostate: a infinito (a) e secondo la distribuzione della popolazione (b). L'utilizzo della distribuzione di popolazione modifica sensibilmente le stime ottenute che risultano numericamente molto più simili ai valori rilevati sul campo.

Una interpretazione congiunta

Nel modello presentato la formula [1] è responsabile della minimizzazione del costo complessivo su tutta la rete di trasporto (ovvero il grafo). La formula [2] garantisce che il flusso totale per ogni coppia OD sia uguale alla somma dei flussi inviati in tutti i possibili percorsi tra l'origine e la destinazione. In realtà, in alcune simulazioni reali, si potrebbe verificare che il flusso totale inviato sia inferiore a quello desiderato se l'offerta della rete di trasporto non è sufficientemente capacitiva: in questa situazione la variabile di surplus ξ assume valore positivo permettendo così il soddisfacimento dei vincoli. La formula [3] stabilisce che il flusso totale stimato in ogni arco direzionato (k, t) sia la somma indistinta di tutti i contributi derivanti da ogni singola coppia OD. Le formule [4] e [5] mettono in relazione la capacità degli archi virtuali, origine o destinazione, di trasportare flusso in un particolare punto della zona e la distribuzione di popolazione interna alla zona stessa. In dettaglio abbiamo che $\alpha_i m_i$ è il numero totale di pendolari che partono dalla zona i e $\beta_j n_j$ che escono dalla zona j .

Mentre per ogni arco reale le capacità u_{kt} sono disponibili a priori, per gli archi virtuali devono essere calcolate secondo le formule [4] e [5]. In dettaglio l'algoritmo per definire il valore della capacità u_{kt} è più articolato in quanto deve tenere in considerazione il fatto che il flusso può essere generato solo in corrispondenza dei nodi terminali e che un arco può congiungere zone differenti.

L'algoritmo è il seguente:

1. associa ogni abitante (o numero civico) all'arco (k,t) di appartenenza geografica (geometrica) o anagrafica (normativa);
2. accumula nei nodi terminali di ogni arco esattamente metà dei suoi abitanti;
3. per ogni origine i (destinazione j) calcola la somma degli abitanti accumulati nei nodi terminali geometricamente interni alla zona;
4. associa ad ogni arco virtuale (k,t) una capacità u_{kt} uguale agli abitanti accumulati nella zona origine i (destinazione j) diviso gli abitanti accumulati nel nodo relativo.

Da quanto detto sopra si evince che le varie coppie OD interagiscono tra di loro andando a saturare sequenzialmente i flussi ammissibili in ogni singolo arco. Considerando che il flusso viene generato (attratto) unicamente nei (dai) nodi terminali in proporzione alla densità di abitanti risulta chiaro che per ogni coppia OD la distribuzione della popolazione lungo i possibili percorsi direzionati sia determinante per la stima del flusso ottenuto. Nel caso speciale che una coppia OD sia di tipo (i,i) ovvero con origine uguale a destinazione il flusso è considerato virtuale ed è gestito opportunamente in modo da evitare un loop di flusso unicamente sugli archi virtuali. Notiamo che, al pari del modello radiativo, nella nostra modellizzazione il problema P è in relazione con: i) la popolazione della zona di origine m_i , ii) quella di destinazione n_j , iii) la distanza r_{ij} presente nella funzione di costo c_{ij} di percorrenza e iv) la distribuzione di popolazione s_{ij} che partecipa alla definizione delle capacità degli archi virtuali.

Il modello proposto è stato validato su casi reali tramite il software TraffixPlanner che lo implementa (TraffixPlanner, 2012). La Figura 1 mostra il risultato di una stima dei flussi di traffico derivanti da spostamenti sistematici di popolazione e merci all'interno dell'area dell'Unione dei Comuni del Rubicone in Emilia Romagna. Come si vede dalle due figure le differenze nell'assegnamento sono molto marcate. Senza tenere conto della distribuzione di popolazione (figura di sinistra) il traffico viene veicolato tramite percorsi preferenziali ad alta capacità (ad esempio l'Autostrada A14 drena localmente il 5% in più di veicoli equivalenti) risultando poco attinente ai dati di validazione rilevati sul campo. Quando invece si tiene conto della distribuzione della popolazione (figura di destra) si nota una maggiore capillarità sia nell'identificazione dei nodi generatori e attrattori sia nella quantità di percorsi alternativi individuati. Questo è in linea con le previsioni sulla domanda del modello radiativo in quanto una distribuzione elevata di popolazione tra un'origine e una destinazione tra loro distanti si comporta come un detentore alla volontà di effettuare quello specifico spostamento riducendo così i potenziali pendolari su quella tratta che quindi preferiranno spostamenti verso zone più vicine.

Conclusioni

Questo lavoro ha presentato una interpretazione congiunta che mette in relazione il modello radiativo e una estensione del modello domanda-offerta da noi precedentemente proposto. La formulazione matematica ha evidenziato in dettaglio che i principi fondanti i due modelli sono i medesimi e questo spiega il successo delle validazioni sperimentali a cui sono stati sottoposti entrambi in modo indipendente. Notiamo inoltre un possibile feedback tra il modello domanda-offerta per quanto riguarda l'interpretazione del parametro di distanza. Crediamo che questo, sebbene abbia necessariamente un significato geografico, debba essere valorizzato più propriamente come tempo o costo di percorrenza, valore che deriva appunto dall'applicazione di un modello di assegnamento del flusso come quello da noi proposto. Probabilmente, per cogliere ancora più in dettaglio la dinamica dei flussi migratori sarà necessaria una integrazione completa tra modello di generazione e assegnamento in quanto sembra verificarsi una loro co-evoluzione. Per chi volesse simulare i flussi di traffico su casi reali è disponibile una versione commerciale del modello presentato all'interno del software TraffixPlanner.

Ringraziamenti

L'autore ringrazia il Prof. Vittorio Maniezzo dell'Università di Bologna per il continuativo contributo nello sviluppo del modello. Si ringrazia inoltre la Provincia di Forlì-Cesena, la Provincia di Fermo, il Comune di Bertinoro e l'Unione dei Comuni del Rubicone che hanno supportato in questi anni il miglioramento del modello e la sua validazioni su dati reali.

Riferimenti bibliografici

Boschetti M.A., Gabrielli R. , Guidazzi A. ,Maniezzo V., Miserocchi R. , Roffilli M. , “Distribuzione puntuale dei flussi di traffico simulato”, *Proc. of 12a Conferenza Nazionale ASITA - Federazione delle Associazioni Scientifiche per le Informazioni Territoriali e Ambientali*, 2008

Erlander S. , Stewart N. F., “The Gravity Model in Transportation Analysis: Theory and Extensions”, *VSP*, 1990

Simini F. , Gonzales M.C. , Maritan A. , and Barabasi A. , “A universal model for mobility and migration patterns”, *Nature*, 484: 96-100, Aprile 2012

TBR, “Highway Capacity Manual”, 2000

TrafixPlanner, www.trafixplanner.com, distribuito da Bioretics srl, www.bioretics.com, 2012