

Consolidamento delle coordinate dei Punti Fiduciali nel territorio del comune di Vicenza nei sistemi di riferimento cartografici in uso

Pier Francesco Costantini

ITS per Geometri "A.Canova", Vicenza, Fax 0444507358, Tel. 0444507330, costantini.pf@alice.it

Riassunto

La presente Relazione illustra il percorso attuato per consolidare le coordinate degli oltre 1100 PF sparsi sul territorio del comune di Vicenza, in tutti i sistemi di riferimento in uso, partendo dalle informazioni geometriche rese disponibili dall'Agenzia del Territorio e provenienti dalle elaborazioni dei libretti di misura dal 1989 a oggi. Si discutono la fase preliminare di acquisizione e selezione dei dati e la fase di compensazione della rete a sua volta segmentata in diverse sotto fasi.

Posto che i dati di partenza avrebbero portato in ogni caso ad un risultato, l'incognita, che è stata sciolta solo in prossimità della conclusione, era la qualità dei risultati, non essendo finora mai stati elaborati simultaneamente i dati di partenza.

L'esito è stato superiore alle attese sia in termini di quantità di PF consolidati (1119 su 1158) sia di precisioni (il 90% dei PF è consolidato con scarto quadratico medio inferiore a 100 mm, e un ulteriore 9% entro 200 mm), confermando in pieno la possibilità di un loro uso cartografico e dell'impiego nella "ricostruzione" della carta catastale alla quale si sta lavorando.

Abstract

This paper explains how the coordinates of over 1100 cadastral reference points spread across the city area of Vicenza have been consolidated, in all the reference systems in use. The geometric starting data have been given by the *Agenzia del Territorio* and they derive from the raw survey data since 1989 to date. The present work is divided into two parts. The first deals with the acquisition and selection of the geometrical data, the second covers the adjustment of the topographic network and it is composed of several steps. We knew that the geometric starting data would have led to a result at any rate, so the unknown aspect was the quality of these results, because such data had never been processed all together. The precision of the results has become clear only near the end of the work. The outcome exceeded the expectations in terms both of the amount of consolidated cadastral reference points (1119 out of 1158) and of precision (90% of these points is consolidated with a standard deviation lower than 100 mm, and a further 9% by 200 mm). Therefore we are able to confirm the possibility of using these points for topographical practice and to "reconstruct" the cadastral maps we are working on.

Premessa

È auspicabile che in un futuro prossimo la cartografia catastale sia del tutto compatibile con la cartografia tecnica e che, in definitiva, tutte le informazioni catastali possano diventare, fatti salvi i limiti di accesso, parte del database territoriale: questo consentirebbe lo scambio di informazioni, gli opportuni controlli e una semplificazione del lavoro degli operatori; se a questo si aggiungesse la disponibilità di una cartografia costantemente aggiornata, si comprende bene quale sarebbe il salto di qualità nella gestione del territorio e non solo. La cartografia catastale attuale della provincia di Vicenza, ad eccezione di un comune dell'alta val d'Astico, è inquadrata nel *datum* che utilizza l'ellissoide di Bessel orientato a Genova, ed è espressa in coordinate piane Cassini-Soldner (CS). È riferita a circa 60 origini diverse (per 121 comuni); quella del territorio del comune di Vicenza, in-

sieme ad altri due comuni contermini (Arcugnano e Dueville), ha per origine l'asse del campanile della Basilica di Monte Berico. Con riferimento al territorio del comune di Vicenza, le mappe catastali, nel tempo scandite, digitalizzate e mosaiccate, non consentono confronti con la cartografia tecnica. Gli errori riscontrabili da un capo all'altro del territorio raggiungono e superano spesso la decina di metri e non sono distribuiti secondo qualche regolarità, talché non sembrano possibili trasformazioni geometriche in blocco, ancorché sofisticate, in grado di ridurre a valori accettabili (di graficismo, di precisione fotogrammetrica, etc.) le differenze di geometria.

Inoltre, come illustrato dettagliatamente nella relazione di Berti di questa conferenza, l'Amministrazione comunale di Vicenza intende procedere all'aggiornamento del GeoDB, assestato, con notevole impegno e ottimi risultati, dall'Ufficio SIT dopo il rifacimento della Carta Tecnica Regionale (CTR) nel 2009, mediante procedure "automatiche" fondate sui rilievi topografici che in futuro supporteranno progettazioni di trasformazione del territorio. A tale scopo, l'Amministrazione ha intrapreso da alcuni anni un percorso di innovazioni tecniche e di modifiche delle procedure. Lo strumento fondamentale per mettere gli operatori in grado di fornire all'Amministrazione le informazioni necessarie senza aggravio di lavoro è stato la costituzione di un *frame* di punti sufficientemente fitto che materializzi il sistema di riferimento cartografico: quest'ultimo potrebbe essere quello della cartografia tecnica nazionale, attualmente Roma40, o qualsiasi altro, in futuro sperabilmente ETRF2000. Su questo *frame* dovranno appoggiarsi tutti i rilievi topografici e le conseguenti progettazioni. E questo *frame* servirà alla "ricostruzione" della carta catastale, finalmente congruente con la Carta Tecnica.

Il frame di cui si è detto raggiunge la densità richiesta con l'aggiunta di tutti i PF consolidati nel sistema di riferimento prescelto.

I passaggi fondamentali sono stati:

1. la costituzione di una Rete Geodetica Comunale (RGC) tridimensionale e di precisione millimetrica tutta rilevata con tecnica GNSS;
2. la determinazione planimetrica di un insieme di Vertici di Orientamento (VO) di precisione centimetrica mediante misure goniometriche da vertici della RGC o da altri vertici appositamente determinati con tecnica GNSS;
3. il consolidamento delle coordinate di tutti i Punti Fiduciali (PF) presenti nel suo territorio.

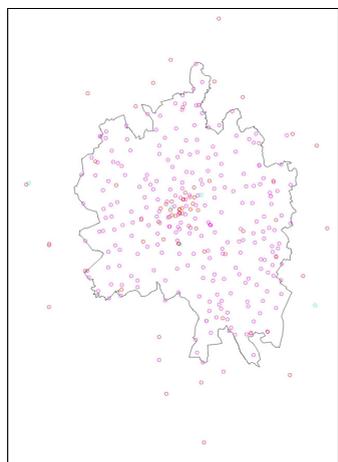


Figura 1. Vertici della RGC.

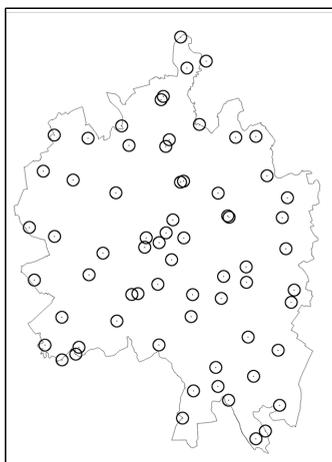


Figura 2. PF determinati da RGC.

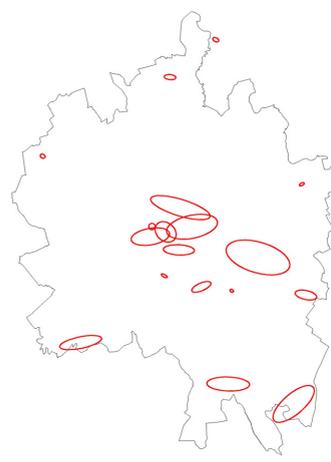


Figura 3. VO coincidenti con PF. Le ellissi di errore sono amplificate di 20 000 volte.

Tutti i punti della RGC (fig. 1) sono monumentati con borchie personalizzate, in luoghi pubblici e

da tutti si “vedono” VO: è dunque possibile eseguire rilievi tridimensionali direttamente georeferenziati anche utilizzando Stazioni Totali. Mediante tecniche di rilievo tradizionali, appoggiandosi a vertici della RGC o su punti appositamente determinati con GNSS e utilizzando i VO sono stati determinati 49 PF con precisione entro 20 mm (fig. 2).

Tra i VO, 18 coincidono con PF (assi di campanili) e sono stati utilizzati come vincoli o controllo nella compensazione della rete di PF (fig. 3).

Le immagini mostrano la distribuzione sul territorio dei vertici a disposizione al momento di affrontare la compensazione dei PF.

A questa nuvola di punti piuttosto rada (mediamente 3 punti/km² ovvero su una maglia media di circa 680-700 m) si aggiunge ora l'insieme dei PF (mediamente circa 11 punti/km²) portando la densità complessiva a circa 1 punto/250 m che è una maglia adeguatamente fitta.

Le monografie, molto ricche di dati, di tutti i punti sono liberamente disponibili da un portale allestito dal Comune.

La presente Relazione espone sinteticamente le operazioni svolte e i risultati ottenuti relativamente alla terza fase, quella di consolidamento dei PF.

Estrazione dei dati

L'Agenzia del Territorio pubblica nel suo sito *web*, con aggiornamento mensile, gli archivi comunali delle coordinate dei PF (per Vicenza: L840.TAF nel sistema di riferimento CS) e gli archivi provinciali delle Mutue Distanze (per la provincia di Vicenza: Vicenza.DIS); nello stesso sito si trovano le monografie di gran parte dei PF attivi. In un altro sito *web* si trovano le coordinate d'impianto dei PF, informazioni talvolta molto utili. È da notare che, mentre l'archivio delle distanze semplicemente si allunga di mese in mese con l'inserimento dei risultati dell'elaborazione dei nuovi libretti, la lista dei PF si allunga solo per l'istituzione (ormai rara) di nuovi PF, ma riporta sostanzialmente le coordinate progressivamente aggiornate dalle ultime determinazioni.

Sul territorio del Comune (80.4 km²) si sono accumulati, dal 1989, oltre 900 PF. Alcuni sono scomparsi, perché rappresentati da particolari appartenenti a manufatti demoliti, o inutilizzabili, perché inglobati in aree inaccessibili, ma in gran parte sono attivi e utilizzati. Nello studio sono stati trattati anche i PF scomparsi perché tutti connessi con PF attivi e dunque utili alla compensazione.

Allo scopo di trattare adeguatamente tutti i PF all'interno del Comune sono stati utilizzati anche tutti i PF ricadenti nei 12 comuni contermini e collegati direttamente a PF di Vicenza.

I dati utilizzati per questo studio sono quelli pubblicati nel mese di marzo 2012.

I dati degli archivi non possono essere utilizzati senza una stringente analisi di attendibilità e un adeguato trattamento statistico al fine di condensarli in un set di misure significative. Questa operazione è stata la più laboriosa e difficile e ha proposto situazioni davvero inaspettate. Inoltre, non può nemmeno dirsi che questa possa essere una fase in sé chiusa, in quanto fino all'ultimo è stato necessario tornare a verificare o a ripescare qualche dato originario.

Trattamento delle basi

Parecchie basi risultano misurate una sola volta; moltissime risultano determinate più volte e in tempi diversi: è perciò evidente la necessità di condensare le diverse misure di una stessa base in un unico valore. Le situazioni che si sono verificate e le soluzioni adottate sono le seguenti¹.

1. basi misurate una sola volta: sono congelate e ripescate a mano a mano che i valori diventano compatibili con le coordinate compensate;
2. valori ripetuti uguali: suggeriscono un probabile utilizzo della base per l'elaborazione di più pratiche; di questi valori se ne è considerato solo uno;

1 Alcuni dei criteri esposti sono “oggettivi”, altri sono opinabili: quelli esposti sono quelli adottati dopo diverse considerazioni e analisi. Ad esempio, non è stato considerato l'anno di determinazione della base: considerando che negli oltre 20 anni di misure gli strumenti sono parecchio evoluti, questa informazione potrebbe “pesare” la misura all'interno della serie, ma si è ritenuto che altri parametri non conoscibili (condizioni operative, perizia dell'operatore, marca, tipo e stato dello strumento etc.) abbiano influito sulla precisione più dell'epoca della misura.

3. valori dispersi in un intervallo di ampiezza compatibile con “presunte” precisioni di misura a seconda delle tecniche “probabilmente” utilizzate (distanziometri elettronici tra PF raggiungibili e intersezioni tra PF non raggiungibili); la media aritmetica è parso il valore ragionevolmente più attendibile;
4. valori dispersi in un intervallo molto ampio; si sono costatate varie situazioni:
 - a) solo qualche misura scarta evidentemente dalle altre: depurata la serie si estrae il valore medio;
 - b) qualche valore si associa, ma i più sono dispersi: è probabile che in fase di misura non siano stati interpretati correttamente i PF interessati; salvo casi particolari, queste basi sono inutilizzabili;
 - c) i valori si polarizzano intorno a due-tre distanze: spesso si tratta di diversi spigoli di fabbricati o di pilastri (a seconda dell'entità); mediante approfondimento è possibile salvare un set di dati.

Il parametro di precisione (scarto quadratico medio della media, sqmm), riportato nell'archivio per una parte delle misurate, non ha purtroppo attendibilità esponendo, ad esempio, sqmm di 3 mm su basi di oltre 1 km e sqmm di 2 m su basi di 250 m; inoltre, come detto, per moltissime basi il parametro non è dichiarato.

Trattamento delle coordinate

La prima operazione è stata quella di trasformare le coordinate CS di tutti i PF (sono presenti 9 origini per i 13 Comuni interessati) in un sistema di riferimento qualsiasi ma unico e la scelta più conveniente è stata UTM-ETRF2000².

Il passaggio da CS a UTM-ETRF2000 è avvenuto in due tempi:

1. da CS a Gauss-Boaga (GB): per questa trasformazione è disponibile l'algoritmo del prof. Di Filippo³, ma nel caso presente, dovendo determinare le coordinate da porre a innesco della soluzione iterativa di compensazione, quindi con precisione abbastanza ampia, è stato utilizzato un algoritmo, che utilizza un grigliato derivato da CartLab, che assicura precisioni almeno decimetriche;
2. da GB a UTM-ETRF2000: anche questa trasformazione, pur potendosi appoggiare ai grigliati IGM, è stata effettuata mediante interpolazione con funzioni di 5° grado i cui coefficienti sono determinabili una volta per tutte, per gli ambiti che interessano, a partire da un numero adeguatamente sovrabbondante di punti doppi.

Per poter visualizzare i punti nella cartografia è stata effettuata anche la trasformazione della CTR, opportunamente spogliata, da GB a UTM-ETRF2000 mediante roto-traslazione e adeguamento di scala direttamente in ambiente CAD.

Un non trascurabile numero di PF è apparso posizionato fuori comune o in località del tutto estranee. Anche in questo caso si sono manifestate diverse situazioni che, a seconda dei casi, hanno consentito un rapido recupero delle coordinate corrette o hanno costretto a faticose ricostruzioni a parti-

2 Per l'elaborazione dei dati della RGC, rilevata tutta con tecnica GNSS, sono stati messi a punto diversi programmi di conversione di coordinate. In particolare è stato scritto un processore che determina tutte le trasformazioni tra i sistemi di riferimento utili (ETRF89, Roma40, ED50, CS) in tutti i sistemi di coordinate (geografiche, cartesiane e piane) e il calcolo di vari parametri geodetici (raggi di curvatura, coefficienti di deformazione, convergenze etc.) assumendo in input coordinate geografiche in ETRF2000 e quota ellissoidica. Questo processore utilizza i grigliati IGM per il passaggio tra i sistemi di riferimento ed è stato approfonditamente testato con i programmi ufficiali (Verto e ConVE). È stato anche scritto un programma per la conversione tra sistemi di coordinate all'interno dello stesso sistema di riferimento valido per i 4 sistemi di riferimento utilizzati (ETRF2000, ETRF89, Roma40, ED50). Nello stesso sistema di riferimento ETRF2000 è anche stata impostata e risolta la determinazione dei VO.

3 Questo algoritmo è stato effettivamente utilizzato nella fase finale di trasformazione delle coordinate compensate implementandolo nel programma principale di trasformazione tra i diversi sistemi di riferimento. Provato sia nella trasformazione da CS a GB che viceversa, si sono ottenute differenze in chiusura di circa 6 mm nella coordinata Nord e 1 mm nella coordinata Est nelle trasformazioni di punti a distanza 10 km dall'origine catastale. Nel caso di studio tale distanza non ricorre, e, comunque, si tratta di millimetri in ambito cartografico.

re dalle monografie o, addirittura, al posizionamento diretto utilizzando basi attendibili da PF attendibili. Vi sono stati casi di evidente scambio delle coordinate XY favorito dalla “strana” convenzione catastale di scambiare X con Y; casi, meno evidenti, di inversione di digitazione delle prime cifre, di cifre ripetute, di zero al posto del punto decimale etc.

Nel complesso, su oltre 1000 PF, alcune (molte) decine di questi avevano coordinate errate. Il tentativo di recuperare valori accettabili per via automatica ha generato un discreto numero di piccoli programmi di calcolo, ma, purtroppo, l'esame dei singoli casi è stato spesso l'unico modo per non rinunciare a molti PF⁴.

All'avvio della fase di trattamento dei dati la situazione era la seguente:

<i>Numero di DIS che complessivamente richiamano L840</i>	<i>18969</i>
<i>Numero di PF richiamati nelle DIS precedenti</i>	<i>1159</i>
<i>Numero provvisorio di PF utili e contenuti in TAF o in IMPIANTO</i>	<i>1158</i>
<i>Numero di PF utili ma mancanti dagli archivi</i>	<i>1</i>
<i>Numero di DIS che complessivamente interessano</i>	<i>21689</i>
<i>Numero provvisorio di DIS utili tra PF trovati</i>	<i>21684</i>
<i>Numero di DIS utili</i>	<i>18311</i>
<i>Numero di PF utili</i>	<i>1158</i>

Nell'ammontare totale di PF, 927 sono in comune di Vicenza e 231 nei comuni contermini. Le basi tutte interne al comune sono risultate 14516 mentre quelle a scavalco o fuori del confine comunale 3795. Nelle basi a scavalco sono contate anche quelle tra i PF esterni al Comune; queste sono state considerate allo scopo di ridurre il numero di PF labili (ossia connessi ad un solo altro PF) e di arricchire la rete.

La condensazione delle distanze, nei modi descritti, ha condotto all'ammontare di 5049 basi.

Elaborazione

L'elaborazione è consistita sostanzialmente nella compensazione ai minimi quadrati di una rete planimetrica, ampiamente sovradeterminata, in cui i dati di ingresso erano i seguenti:

- a) tutte le basi, ciascuna con una *switch* indicante il suo utilizzo o meno;
- b) le coordinate approssimate di tutti i PF con codice di vincolo per ciascuna coordinata e una *switch* indicante il suo utilizzo o meno.

È stata considerata l'opportunità di assegnare un peso alle basi. In tal senso sono stati svolti diversi test. Come detto altrove, non erano utilizzabili gli sqmm riportati negli archivi DIS, e dunque, volendo pesare le distanze, si trattava di inventare e giustificare un criterio non matematico. Nel corso dello studio è stato a lungo provato un vettore di pesi dipendente, in varie forme e grado, dalla lunghezza di ciascuna base, ma questo conduceva sempre a risultati controintuitivi. Alla fine non si sono utilizzati i pesi, ma si è posto un filtro sulle basi scartando progressivamente quelle che mostravano un errore relativo maggiore di un limite prefissato. Questo limite è evoluto lentamente⁵

4 Da qui si comprende come i trattamenti delle basi e dei PF non siano stati disgiunti. Molti PF sono stati posizionati a partire da PF di coordinate già accertate (nell'ordine di precisione di questa fase, pluridecimetrico) utilizzando basi provenienti da serie di misure sufficientemente coerenti; peraltro, la scelta del valore attendibile di molte basi appartenenti a serie ambigue è stata possibile solo disponendo di PF di coordinate sufficientemente attendibili. Per evitare questa faticosa interazione tra PF e basi, si ritiene che qualche giorno di lavoro di un operatore abile e buon conoscitore del territorio posizioni i PF ambigui sulla CTR assegnando loro coordinate attendibili dalle quali poter filtrare le basi. In questo modo le due fasi si separerebbero e, probabilmente, si guadagnerebbe tempo.

5 Inizialmente è sceso rapidamente da 1000-1200 ppm iniziali a 600 ppm, per poi adagiarsi intorno a 350 ppm. Il limite può sembrare ampio (3.5 cm/100 m), ma si consideri che: si tratta sempre di misure indirette, affette quindi dalla propagazione degli errori sia di misura che di configurazione geometrica; che molte sono le cause di errore che concorrono nelle misure; infine, che spesso è allentata l'attenzione dedicata alle misure quando la tolleranza è piuttosto ampia. Abbassare ulteriormente questo limite di ammissibilità significava perdere PF per labilità.

insieme con il progresso della soluzione per evitare *shock* numerici e progressivamente isolare il gruppo di basi attendibili. Si potrà obiettare che così facendo la soluzione sia stata “manovrata”, oppure che si sia “avvitata” su un risultato “qualsiasi” a causa di “congiunture numeriche casuali”. È possibile, ma si ritiene che la soluzione raggiunta sia attendibile, confortata dal fatto che comunque le varie soluzioni si muovevano, per la grandissima parte dei PF, in un intervallo millimetrico, al più centimetrico.

L'elaborazione della rete si è svolta in 3 fasi:

1. compensazione della rete a vincoli minimi;
2. compensazione della rete sovra-vincolata ma con punti di controllo;
3. compensazione della rete vincolata su tutti i punti di coordinate note.

Compensazione della rete a vincoli minimi

Questa fase è stata attuata per testare la congruenza interna della rete e per “scremare” le basi e i vincoli incompatibili.

La rete dei PF, nella consistenza dichiarata, è stata dapprima vincolata in modo minimo: un punto pieno (l'asse del campanile di M. Berico che è abbastanza baricentrico e anche punto di emanazione del Catasto) e la coordinata Est di un secondo punto prossimo al meridiano del primo e da questo sufficientemente lontano⁶. Dopo una serie di tentativi e di applicazione di limiti di ammissibilità delle basi sempre più stretti, si è giunti alla configurazione di dati e ai parametri di iterazione e statistici della compensazione seguenti:

Numero di punti totali	1119
Numero di punti utili	1119
Numero di distanze totali	4567
Numero di distanze utili	4459
Numero di coordinate fissate	3
Numero di equazioni	2238
Grado di iperdeterminazione	2224
Tolleranza su massima correzione	0.010

<i>n</i>	<i>ora</i>	<i>Sqm u.p.</i>	<i>eq.</i>	<i>Dmax</i>	<i>punto</i>
1	11:05:46	1.306	1244	5.065	654434
2	11:06:07	0.106	673	-2.344	695431
3	11:06:28	0.097	814	-0.039	714033
4	11:06:49	0.097	1198	0.000	644435
<i>Correzione massima inferiore alla relativa tolleranza</i>					
<i>Numero di iterazioni eseguite</i>					4
<i>Tolleranza sulle correzioni</i>					0.010
<i>Correzione massima assoluta</i>					0.000
<i>Somma pesata dei quadrati degli scarti</i>					0.210838E+02
<i>Scarto quadratico medio dell'unità di peso</i>					0.097

Come si vede, 39 PF sono andati persi per labilità; di questi 21 all'interno del Comune. Le basi, originariamente 5049 teoricamente attendibili, sono scese a 4567 togliendo quelle con errori molto grandi (oltre 1200 ppm). Le rimanenti si sono ulteriormente ridotte a 4459 scartando quelle che via via eccedevano 1000, 800, etc. ppm fino a giungere a 350 ppm, salvo 13 eccezioni per non perdere ulteriori PF.

A questo punto si è valutata la compatibilità dell'intera rete utilizzando il gruppo di PF con coordinate doppie. Per fare questo è stata eseguita la trasformazione di Helmert a 4 parametri (determinati ai minimi quadrati) di questi PF. I risultati ottenuti, rappresentati dai residui della trasformazione, sono riportati nella fig. 5.

⁶ Si potevano scegliere 3 condizioni elementari di vincolo qualsiasi (quasi), ma la scelta operata rendeva i valori dei parametri di trasformazioni prossimi ai valori minimi, con qualche vantaggio numerico.

Nella colonna “Tutti attivi”, la trasformazione è stata attuata utilizzando tutti i 67 punti disponibili, poi, nelle successive, escludendo quelli che superavano la correzione massima limite fissata a 200 mm. Si nota che, assumendo il limite suddetto, alla fine il 15% dei punti è “spinto” dalla rete a oltre 200 mm dalla determinazione diretta. Si nota anche che i residui lasciati “liberi” spesso si assestano su valori non molto diversi da quelli della prima determinazione.

Se si esamina la distribuzione spaziale dei residui (fig. 4) si nota una certa regolarità. A parte il punto all'estremo nord e un paio di punti a sud-ovest, probabilmente affetti da errori grossolani localizzati, si nota che la zona sud è invece diffusamente deteriorata. Nella figura i raggi delle circonferenze sono 2000 volte il modulo del vettore dei residui; sono anche indicate le direzioni dei vettori che confermano la “sofferenza” di quella parte di rete.

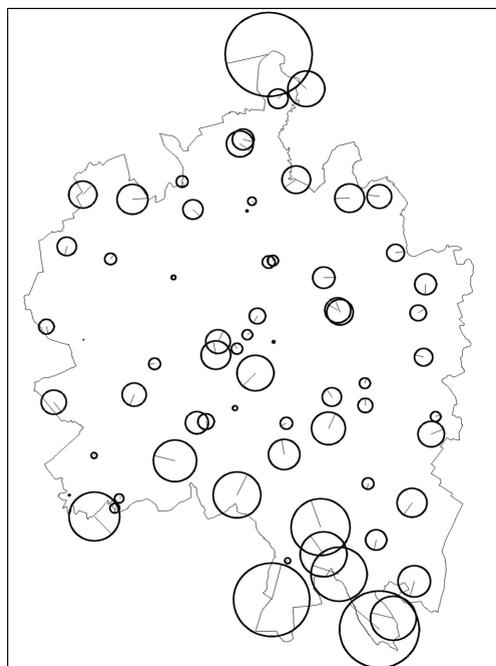


Figura 4. Residui della trasformazione di Helmert sui punti di coordinate doppie per compensazione a vincoli minimi.

Figura 5: Residui (in mm) della trasformazione di Helmert dei 67 punti di coordinate doppie. In grassetto corsivo i residui sui punti via via esclusi.

	Tutti attivi		-1		-6		-10	
	dN	dE	dN	dE	dN	dE	dN	dE
654981	-97	-43	-113	-57	-119	-35	-107	-23
664381	-18	29	-28	33	3	49	32	42
684581	-32	-16	-34	-19	-16	-20	0	-30
684681	37	-20	34	-27	44	-29	55	-36
684684	144	-21	140	-28	150	-26	163	-32
684782	109	71	104	63	113	64	124	59
685181	0	140	-5	117	-26	114	-32	119
694581	-70	-35	-68	-37	-48	-46	-34	-61
694681	-175	-122	-176	-128	-163	-132	-151	-142
694781	-17	8	-17	0	-9	-7	0	-16
694782	-89	-24	-90	-35	-86	-39	-79	-46
704281	146	-118	152	-112	192	-125	214	-150
704581	138	111	143	108	164	94	176	76
705281	184	-114	184	-141	155	-154	142	-151
714681	31	57	37	51	52	31	59	13
724181	-250	3	-238	10	-194	-16	-175	-50
734481	15	197	27	194	49	165	56	138
734881	-126	53	-117	39	-116	11	-121	-7
644537	-138	61	-153	59	-137	83	-111	87
644737	-94	-5	-110	-13	-105	12	-85	21
654333	-262	174	-272	180	-239	199	-207	194
654334	-48	-34	-61	-29	-31	-7	1	-9
654443	-5	-12	-17	-11	8	8	35	6
654734	-8	-16	-22	-23	-14	-3	4	2
655036	136	91	121	74	108	93	115	107
664338	-110	-17	-120	-12	-87	4	-57	-3
664537	-153	-60	-162	-63	-146	-50	-126	-52
664937	63	24	50	11	46	27	57	35
665035	30	170	19	153	6	165	11	175
674431	19	-234	13	-233	39	-226	62	-234
674539	-139	84	-144	82	-124	87	-105	79
674632	-27	-71	-35	-77	-23	-67	-7	-68
674834	11	-20	3	-32	2	-25	11	-23
675031	-44	0	-52	-19	-67	-14	-67	-7
675036	-66	87	-74	70	-85	73	-83	78
684338	189	129	188	132	219	131	241	116
684542	-122	37	-126	35	-106	38	-88	29
685134	-55	145	-60	123	-80	120	-86	125
694141	334	129	337	139	383	133	412	109
694241	-87	-3	-84	4	-43	-3	-19	-27
694434	130	-7	132	-7	157	-15	173	-32
694732	17	69	15	61	22	57	31	51
694834	64	13	63	-1	60	-8	61	-13
694842	75	29	74	15	71	8	73	4
695033	-15	58	-18	40	-30	35	-32	36
695035	26	25	23	8	12	4	11	5
695232	119	114	116	88	89	79	78	84
695339	-57	-446	-61	-476	-94	-483	-108	-475
704236	252	-76	257	-72	293	-84	313	-108
704535	61	-24	65	-30	82	-44	91	-61
704838	-2	163	1	149	0	135	1	126
705034	-70	-99	-70	-120	-85	-130	-91	-132
714134	29	-261	36	-253	79	-268	102	-296
714231	-182	21	-173	26	-135	6	-117	-23
714332	-117	34	-109	34	-80	15	-66	-10
714538	50	43	57	38	75	19	83	-1
714733	67	-87	71	-98	75	-114	77	-126
714740	130	-14	134	-25	138	-42	140	-54
715035	10	-122	14	-142	2	-160	-6	-167
724034	207	-291	218	-280	269	-300	293	-334
724035	-21	-200	-10	-190	40	-213	63	-247
724337	-196	-40	-185	-38	-152	-64	-139	-93
724641	4	-41	15	-50	26	-78	27	-99
724734	35	136	45	123	50	96	48	78

Compensazione della rete sovra-vincolata ma con punti di controllo

La compensazione della rete è stata poi attuata inserendo progressivamente vincoli avendo cura di mantenere una uniformemente discreta distribuzione dei vincoli su tutto il territorio.

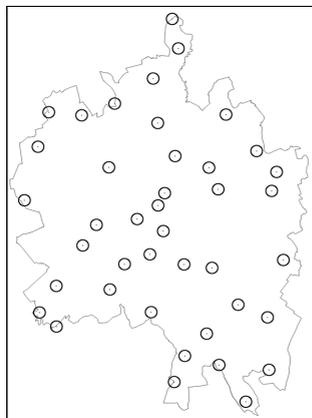


Figura 6. Punti doppi di vincolo.

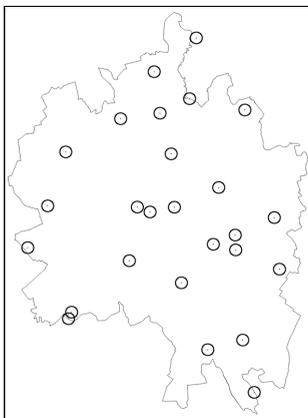


Figura 7. Punti doppi di controllo.

La rete, al passo che si mostra, è vincolata su 41 punti (fig. 6) e controllata su 26 punti (fig. 7).

Su questi punti si sono ottenuti i residui riportati nelle fig.8 e 9.

I parametri del processo e quelli di convergenza e statistici sono i seguenti:

Numero di punti totali	1119
Numero di punti utili	1119
Numero di distanze totali	4567
Numero di distanze utili	4459
Numero di coordinate fissate	82
Numero di equazioni	2238
Grado di iperdeterminazione	2303
Tolleranza su massima correzione	0.010

n	ora	Sqm u.p.	eq.	Dmax	punto
1	16:54:41	1.284	1244	4.823	654434
2	16:55:00	0.110	1529	1.013	684231
3	16:55:20	0.105	2225	-0.012	744632
4	16:55:40	0.105	1529	0.000	684231

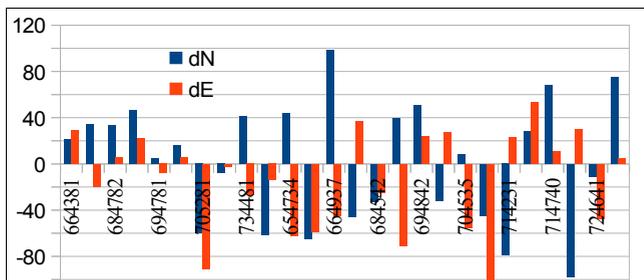
Correzione massima inferiore alla relativa tolleranza

Numero di iterazioni eseguite	4
Tolleranza sulle correzioni	0.010
Correzione massima assoluta	0.000
Somma pesata dei quadrati degli scarti	0.255226E+02
Scarto quadratico medio dell'unità di peso	0.105

Figura 8. Residui e raggi dell'ellisse di errore (in mm) sui punti di controllo.

	dN	dE	a	b
664381	21	29	37	47
684681	34	-20	44	51
684782	33	6	40	74
685181	46	22	46	61
694781	5	-8	66	206
704281	16	6	43	73
705281	-60	-91	63	182
714681	-8	-2	47	65
734481	41	-27	59	273
644537	-61	-14	73	83
654734	44	-62	44	56
664338	-65	-59	42	56
664937	98	-45	46	57
675036	-46	37	38	44
684542	-33	-25	38	71
694434	39	-71	46	47
694842	51	24	27	34
695033	-32	27	34	48
704535	8	-55	52	61
705034	-45	-105	63	65
714231	-79	23	50	64
714538	28	53	59	61
714740	68	11	55	78
724035	-98	30	49	70
724641	-11	-47	50	72

Figura 9. Residui sui punti di controllo.



I primi 9 punti sono VO, i successivi 17 sono PF determinati

da RGC. Si nota che i residui sono ovunque contenuti: spiccano solo 3-4 valori prossimi a 100 mm. Per quanto riguarda i raggi delle ellissi di errore, spiccano 3 valori dovuti a cattiva configurazione geometrica delle basi misurate.

È infine il caso di notare che dalla compensazione a vincoli minimi a questa a vincoli sovrabbondanti il valore dello scarto quadratico medio dell'unità di peso è passato da 97 mm a 105 mm, con un incremento di circa 8% a fronte dell'imposizione di 79 condizioni elementari di vincolo. Questa discreta stabilità indica che la rete libera si adatta abbastanza bene ai vincoli, cioè che è abbastanza congruente con essi. La stessa considerazione si poteva trarre dai residui della trasformazione di Helmert sui punti "liberati" che non per questo migravano a valori molto differenti.

Compensazione della rete vincolata su tutti i punti di coordinate note

Preso atto che il procedimento "converge", la migliore soluzione è stata ottenuta vincolando la rete su tutti i punti doppi disponibili. Ovviamente non vi sono più punti di controllo, ma rimane il valore dello scarto quadratico medio dell'unità di peso come indicatore di un irrigidimento della rete senza sostanziale forzatura. Come si vede dai dati sotto riportati questo parametro non cambia.

I parametri del processo e quelli di convergenza e statistici sono:

Numero di punti totali	1119
Numero di punti utili	1119
Numero di distanze totali	4567
Numero di distanze utili	4459
Numero di coordinate fissate	82
Numero di equazioni	2238
Grado di iperdeterminazione	2355
Tolleranza su massima correzione	0.010

<i>n</i>	<i>ora</i>	<i>Sqm u.p.</i>	<i>eq.</i>	<i>Dmax</i>	<i>punto</i>
1	22:37:10	1.269	1244	4.785	654434
2	22:37:28	0.110	1529	1.011	684231
3	22:37:46	0.105	2225	-0.013	744632
4	22:38:03	0.105	1529	0.000	684231

Correzione massima inferiore alla relativa tolleranza

Numero di iterazioni eseguite	4
Tolleranza sulle correzioni	0.010
Correzione massima assoluta	0.000
Somma pesata dei quadrati degli scarti	0.262536E+02
Scarto quadratico medio dell'unità di peso	0.105

Risultati

1004 PF su 1119 risultano consolidati con un raggio massimo dell'ellisse di errore entro 100 mm; 99 PF entro 200 mm, 9 PF entro 300 mm e i rimanenti 7 entro 423 mm. Se si assume il valore di 200 mm quale indicatore di precisione di riferimento (pari a metà dell'errore di graficismo ammesso in ambito cartografico alla scala 1:2000 o, indicativamente, l'errore di posizionamento planimetrico in cartografia fotogrammetrica con voli a bassa quota e buona attrezzatura) si osserva che il 98.6% dei PF è in tolleranza (il 99% dei PF entro il Comune).

La fig. 10 riporta il grafo della rete.

Conclusioni

L'idea di assestare progressivamente le coordinate dei PF tramite successive e numerose misurazioni è corretta da un punto di vista teorico, ma la sua realizzazione non ha funzionato pienamente: probabilmente hanno concorso sia cause oggettive, pratiche (difficoltà operative, tolleranze troppo ampie, metodi di rilievo imposti, strumentazione talvolta inadeguata etc.), che cause "umane" (misure inventate, sciattezza, incapacità, scarsi controlli etc.).

Nell'ambito dello studio si è visto che, tra i punti di coordinate doppie, vi sono PF isolati, sempre ai margini del territorio di studio, con coordinate errate probabilmente frutto di basi con errori grossolani non riconoscibili: per poterli individuare occorrerebbe, probabilmente, estendere l'area di studio; si è anche visto che c'è una zona "disturbata" a sud: per migliorare sensibilmente l'affidabilità

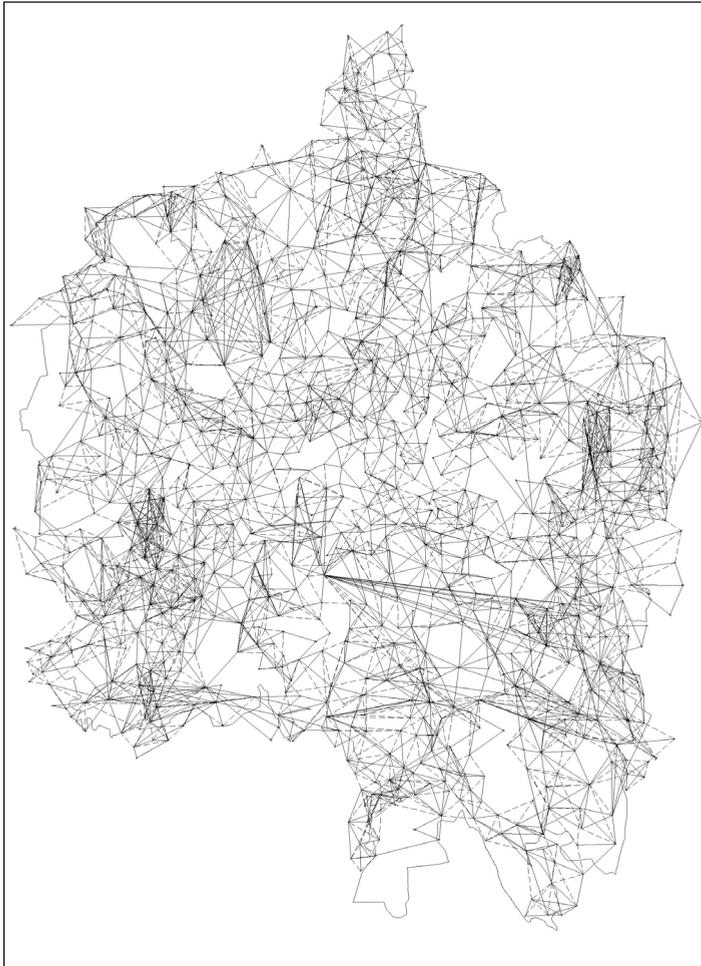


Figura 10. Rete delle Basi Misurate dopo la compensazione: le basi "allungate" sono tratteggiate.

dei risultati occorrerebbe raffittire i punti di coordinate doppie in quell'area e usarli tutti come vincoli. Lo studio è stato piuttosto laborioso: ha seguito un'idea complessiva, ma ha dovuto spesso tornare sui propri passi, aprire sessioni non programmate, approfondire e verificare con rilievi di campagna. Tuttavia si ritiene di aver dimostrato la possibilità di giungere alla definizione delle coordinate dei PF con precisione sufficiente a tutte le applicazioni ordinarie; per operazioni che richiedono precisioni maggiori, la RGC, completa anche della coordinata quota, resta il *frame* di riferimento.

Questo metodo è riproponibile su un'area più vasta: la frammentazione della rete dei PF comporterebbe trattamenti locali e si risolverebbe compensando ciascuna sottorete all'interno di una rete di ordine superiore che imponga la congruenza sull'intero ambito. In questi termini è in atto un'iniziativa a livello provinciale in cui la rete fondamentale è già realizzata e si sta lavorando alla rete dei VO, ricreando quindi lo stesso ambiente operativo che ha consentito il consolidamento dei PF nel territorio del comune di Vicenza.

Sul *frame* completato nel comune di Vicenza (circa 16 vertici/km²), che ora materializza il sistema di riferimento cartografico nazionale, è allo studio, e sta dando risultati interessanti, la "ricostruzione" della carta catastale, congruente con la Carta Tecnica.