

Un nuovo modello space-wise della gravità terrestre basato su otto mesi di dati GOCE

Andrea Gatti (*), Federica Migliaccio (**), Mirko Reguzzoni (**), Fernando Sansò (*)

(*) DIIAR, Politecnico di Milano, Polo Territoriale di Como, Via Valleggio 11, 22100 Como (Italy)

Email: andrea.gatti@mail.polimi.it; Email: fernando.sanso@polimi.it

(**) DIIAR, Politecnico di Milano, Piazza Leonardo da Vinci 32, 20133 Milano (Italy)

Email: federica.migliaccio@polimi.it; Email: mirko.reguzzoni@polimi.it

Riassunto

Il modello globale del campo di gravità terrestre calcolato con l'approccio space-wise è una delle tre soluzioni ufficiali rilasciate dall'ESA dall'analisi dei dati GOCE. Il modello consiste in una serie di coefficienti dello sviluppo in armoniche sferiche e nella corrispondente matrice di covarianza dell'errore di stima. La principale caratteristica di questo approccio è quella di sfruttare la correlazione spaziale del campo di gravità per stimare griglie del potenziale e delle sue derivate seconde radiali all'altezza media del satellite; da queste griglie sono quindi derivati i coefficienti armonici per integrazione numerica. Il metodo proposto include anche un filtro di Wiener lungo l'orbita per ridurre la varianza e la correlazione del noise prima della procedura di *gridding*.

La prima versione del modello space-wise è stata rilasciata durante il simposio "ESA Living Planet" tenutosi a Bergen (Norvegia) nel luglio 2010. Questo modello era basato su circa due mesi di missione, sfruttava sia i dati del tracciamento GPS dell'orbita sia i dati gradiometrici e faceva uso di alcune informazioni a priori provenienti da modelli di gravità già esistenti, specialmente nei gradi bassi dello sviluppo in armoniche sferiche. In questo lavoro viene presentata la nuova soluzione space-wise ottenuta processando otto mesi di dati e rimuovendo le dipendenze dai modelli a priori per produrre una soluzione cosiddetta "GOCE-only". Il maggior numero di dati disponibili ha richiesto un ulteriore adattamento dell'approccio space-wise. Infatti, non essendo possibile calcolare la soluzione in un unico passo, è stato necessario prima suddividere i dati in sottointervalli, poi calcolare le griglie all'altezza del satellite per ogni sottointervallo ed infine combinare queste griglie sulla base della loro matrice di covarianza dell'errore di stima.

Abstract

The global gravity field model computed by the space-wise approach is one of three official solutions delivered by ESA from the analysis of the GOCE data. The model consists of a set of spherical harmonic coefficients and the corresponding error covariance matrix. The main idea behind this approach is to exploit the spatial correlation of the gravity field to estimate grids of potential and its second order radial derivatives at mean satellite altitude; from these grids, spherical harmonic coefficients are then derived by numerical integration. The proposed method includes also a Wiener filter along the orbit to reduce the noise variance and correlation before gridding the data.

The first release of the space-wise model had been delivered during the ESA Living Planet Symposium at Bergen (Norway) in July 2010. It was based on a period of about two months, it exploited both the GPS tracking data and the gradiometric observations and it made use of some prior information coming from existing gravity field models, especially at low degrees. In this work the new space-wise solution computed by processing eight months of data and removing the dependencies on prior models to produce a so called "GOCE-only" solution is presented. The larger amount of data has required a further modification of the space-wise approach. Since it is not possible to compute the solution in a unique step, the full dataset has been firstly divided into subsets, then grids at satellite altitude have been computed for each subset and finally these grids have been merged together by weighting them according to their error covariance matrix.

L'approccio space-wise e la motivazione di questo lavoro

L'approccio space-wise consiste in una collocazione a passi (Migliaccio et al. 2004; Reguzzoni & Tselfes 2009), sviluppata all'interno della "High-level Processing Facility" (HPF) della missione GOCE (Rummel et al. 2004) per la stima di coefficienti in armoniche sferiche del campo gravitazionale terrestre e della corrispondente matrice di covarianza dell'errore. La soluzione è basata sia sui dati di tipo SST (Satellite to Satellite Tracking) derivati dal ricevitore GPS a bordo del satellite che sui dati SGG (Satellite Gravity Gradients) osservati dal gradiometro elettrostatico posizionato all'interno di GOCE. In particolare la parte a bassa frequenza del campo è stimata a partire da orbite di tipo cinematico (Migliaccio et al. 2010a; Visser et al. 2010) usando l'approccio basato sul principio di conservazione dell'energia (Jekeli 1999; Visser et al. 2003). Le componenti ad alta frequenza sono poi derivate dalla combinazione del potenziale gravitazionale lungo orbita con le osservazioni dei gradienti di gravità. La matrice di covarianza dei coefficienti stimati è derivata da simulazioni Monte Carlo (Migliaccio et al. 2009).

La prima *release* del modello space-wise (SPW) (Migliaccio et al. 2010b) è stata rilasciata durante il simposio "ESA Living Planet" di Bergen nel luglio 2010. Era basata sui primi due mesi di dati GOCE ed è stata calcolata in modo tale da rappresentare una soluzione intermedia tra un modello GOCE-only puro (approccio time-wise, TIM, Pail et al. 2010) e un modello combinato (approccio diretto, DIR, Bruinsma et al. 2010). Si veda anche Pail et al. 2011 per ulteriori dettagli su questi modelli.

Successivamente, è stato deciso di spingere l'approccio space-wise verso una soluzione GOCE-only, rimuovendo dipendenze da modelli a priori dovute a dati non specificamente acquisiti dalla missione GOCE.

Queste dipendenze possono essere riassunte come segue:

- il modello EGM08 (Pavlis et al. 2008) era stato usato per modificare il potenziale stimato lungo l'orbita in modo tale da ridurre il suo errore alle bassissime frequenze;
- il modello GOCE *quick-look* (Mayrhofer et al. 2010) era stato usato come modello a priori per la soluzione space-wise ma non si trattava di un modello GOCE-only, dal momento che conteneva sia dati da orbite *reduced dynamic* (Visser et al. 2010) che una regolarizzazione nelle calotte polari (Metzler & Pail 2005) proveniente dal modello EIGEN5C (Förste et al. 2008).

Oltre a rimuovere queste dipendenze da dati non forniti direttamente dalla missione GOCE, sono state incorporate all'interno dell'approccio space-wise altre due principali caratteristiche:

- un pre processamento dei dati per rilevare e riparare *outlier*, interruzioni, etc.
- un metodo per la combinazione di soluzioni space-wise basate su dati provenienti da intervalli temporali differenti.

Quest'ultimo si è reso necessario in quanto il modello qui presentato è una soluzione derivata da circa otto mesi di osservazioni, che corrispondono a una quantità troppo elevata di dati per potere essere processati in un unico blocco; in particolare il periodo ricoperto va dal 31 ottobre 2009 fino al 6 luglio 2010.

Il *set* completo dei dati è stato diviso in cinque parti di differente durata (da pochi giorni a circa due mesi), contenenti sia dati orbitali che osservazioni gradiometriche. All'interno di ognuno di questi intervalli temporali, le osservazioni GOCE sono caratterizzate da una medesima calibrazione del gradiometro (Lamarre 2007). L'approccio space-wise, il cui schema è riportato in Figura 1, è stato applicato a ogni intervallo temporale, ottenendo differenti soluzioni (cioè griglie di dati e coefficienti in armoniche sferiche). Poi le griglie intermedie sono state combinate sulla base delle singole matrici di covarianza dell'errore, in modo da ottenere una soluzione finale unica da cui stimare il modello del campo di gravità (si veda la Figura 2).

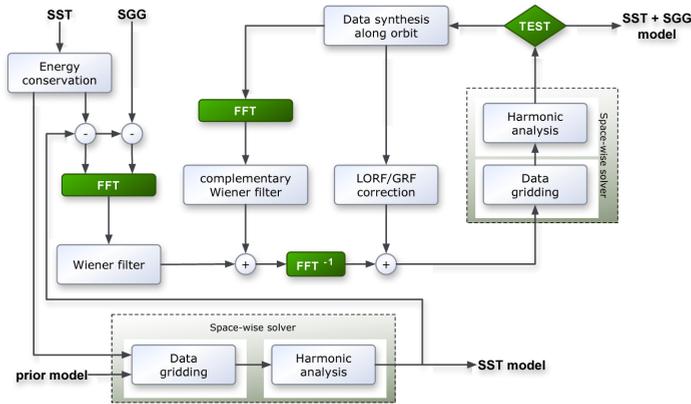


Figura 1 – Schema dell’approccio space-wise.

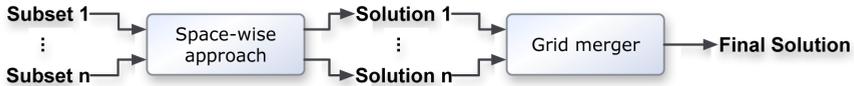


Figura 2 – Schema per il calcolo della soluzione space-wise finale.

Pre processamento dei dati GOCE nell’approccio space-wise

I dati GOCE forniti dall’ESA e usati per calcolare i modelli del campo di gravità sono di eccellente qualità, anche se in rari casi sono affetti da alcune anomalie quali epoche mancanti, outlier, re-inizializzazioni del filtro di Kalman usato per la produzione dei gradienti di gravità, etc.

Viene applicata una procedura automatica basata su tecniche stocastiche per il riconoscimento di questi eventi e per la loro correzione. In seguito viene effettuato un controllo manuale e, se necessario, le correzioni vengono ricalcolate sulla base di parametri fissati dall’operatore.

A questo scopo, sono state sviluppate delle GUI (si veda la Figura 3) per controllare e migliorare il riconoscimento e la correzione delle anomalie.

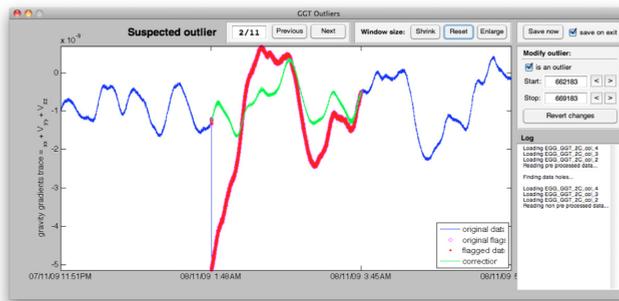


Figura 3 – Un esempio della GUI sviluppata per controllare e migliorare la selezione automatica degli outlier; in questa immagine è possibile vedere un salto seguito da una lunga anomalia dovuta a una re-inizializzazione del filtro di Kalman nei gradienti di gravità. In blu: osservazioni, in rosso: valori segnati, in verde: correzioni.

Interruzioni e anomalie sono riempite con differenti tecniche che vanno dall'interpolazione lineare alla collocazione (Sansò 1986); i dati così calcolati vengono usati solo nella parte di procedura time-wise, ad esempio per applicare il filtro di Wiener lungo l'orbita (Papoulis 1984), cioè quando è utile o necessario avere continuità temporale nei dati. Nella procedura di *gridding* con collocazione, questi valori interpolati non vengono invece utilizzati.

Rimozione delle dipendenze da dati esterni: un nuovo modello dell'errore del potenziale

Nel primo modello space-wise calcolato da dati GOCE (luglio 2010) il potenziale stimato lungo orbita era stato "corretto" con dati sintetizzati dal modello EGM08. Questa operazione aveva inevitabilmente introdotto un'importante informazione proveniente da EGM08 nei gradi molto bassi della soluzione space-wise (sotto il grado armonico $20 \div 30$). Per comprendere il perché di questa "correzione", bisogna innanzitutto ricordare che la matrice di covarianza dell'errore di stima del potenziale è ottenuta per propagazione dalle varianze dell'errore delle posizioni cinematiche. La matrice di covarianza risultante è diagonale in banda (la dimensione della banda dipende dalla dimensione della finestra mobile usata per la stima della velocità del satellite) e non è di Toeplitz. Questo perché le varianze dell'errore delle posizioni cinematiche dipendono prevalentemente dalla latitudine. In ogni caso, mediando nel tempo le covarianze, è possibile ottenere una funzione di covarianza approssimata dell'errore di stima del potenziale da cui derivare la corrispondente densità spettrale di potenza (PSD) tramite trasformata di Fourier (Papoulis 1984). In Figura 4 è possibile vedere il confronto tra la PSD stimata e quella empirica calcolata usando EGM08 come riferimento.

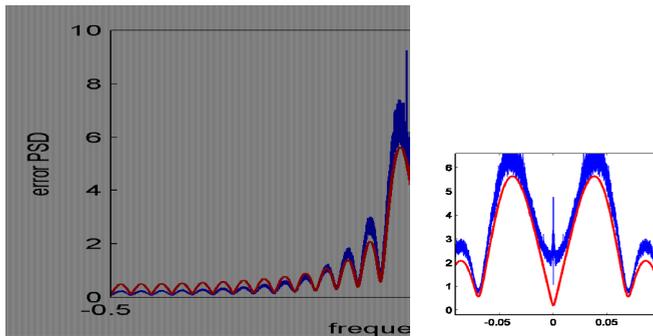


Figura 4 – PSD dell'errore del potenziale stimato. In blu: PSD empirico dell'errore rispetto a EGM08; in rosso: PSD stimato dall'errore delle posizioni nell'ipotesi di stazionarietà; a destra si vede un ingrandimento delle basse frequenze dello spettro.

Nella prima *release* della soluzione space-wise le discrepanze a basse frequenze erano state corrette "aggiustando" il potenziale stimato con quello sintetizzato a partire da EGM08. Ora i dati rimangono invariati, ma il modello della covarianza dell'errore è corretto in modo tale che le PSD empiriche e stimate siano consistenti tra loro. In particolare, una matrice di Toeplitz che descrive le correzioni alle basse frequenze viene sommata alla matrice di covarianza non stazionaria derivata dalla propagazione dell'errore delle posizioni (si veda la Figura 5).

$$C_{ee} = \begin{matrix} \text{non stationary} & 0 \\ & \\ 0 & \end{matrix} + \begin{matrix} \text{Toeplitz} \\ \text{structure} \end{matrix}$$

Figura 5 – La composizione della nuova matrice di covarianza dell'errore del potenziale.

Rimozione delle dipendenze da dati esterni: un nuovo modello a priori del campo di gravità

Come già menzionato precedentemente, il modello *quick-look* introduce alcune dipendenze non volute da dati esterni. Per rimediare a questo effetto, un nuovo modello GOCE-only da usare come modello a priori è stato sviluppato all'interno dell'approccio *space-wise*.

Questo modello è basato su osservazioni provenienti dai primi due mesi di dati GOCE ed è stato usato per tutte le cinque soluzioni intermedie. È calcolato sfruttando una collocazione globale, cioè a partire da dati che coprono l'intera superficie terrestre, escluse le calotte polari, e mappando le osservazioni in coefficienti di armoniche sferiche senza passare dai dati grigliati. Si noti che la collocazione globale può funzionare sul segnale pieno, ma richiede un forte sotto campionamento per ragioni computazionali. In questo modo è stata ottenuta una prima soluzione della quale è però necessario migliorare l'accuratezza, soprattutto nelle zone polari. Più importante dell'accuratezza del modello, è la stima di un'affidabile covarianza dell'errore da usare successivamente per le simulazioni Monte Carlo. La covarianza dell'errore può essere stimata tramite collocazione perché in questo caso le *degree variance* sono idonee per descrivere la covarianza del segnale pieno.

Al fine di migliorare l'accuratezza del modello a priori è stata implementata una procedura di collocazione a passi (si veda la Figura 6). La procedura può essere riassunta come segue:

- otto collocazioni globali con sotto campionamento dei dati 1:800, ognuna agente su dati sfasati di 100 epoche;
- due collocazioni con sotto campionamento 1:100 (dati sfasati di 33 epoche), ma considerando solo osservazioni vicine alle calotte polari, così da migliorare l'estrapolazione nei gap polari.

Una volta calcolato il modello a priori, è stato applicato un *gridding* con collocazione a blocchi come nel classico approccio *space-wise* per produrre il modello SST.

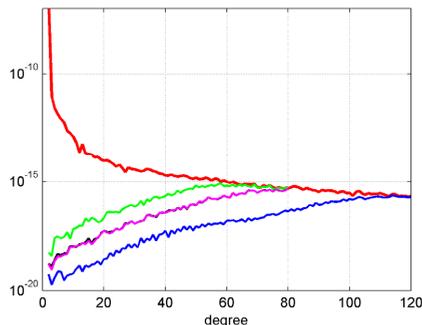


Figura 6 – Degree variance dell'errore di stima del modello SST.

- 1) verde: 1° passo di collocazione globale (1:800); 2) nero: 8° passo di collocazione globale (1:100);
3) magenta: collocazione a "ciambella" (1:33); 4) blu: collocazione a blocchi (1:3, 20°x20°).

In Figura 7, è possibile osservare le differenze in termini di geoida da grado 2 a 20, nelle aree polari e limitrofe, tra EGM08 (i cui errori sono trascurabili rispetto a GOCE vicino ai poli) e i modelli stimati a differenti passi della procedura di collocazione. Si noti il cambio della scala dell'errore ai differenti passi. Al termine della procedura l'errore nelle aree polari risulta minore rispetto al corrispondente errore della soluzione *time-wise* basata sui primi due mesi di dati.

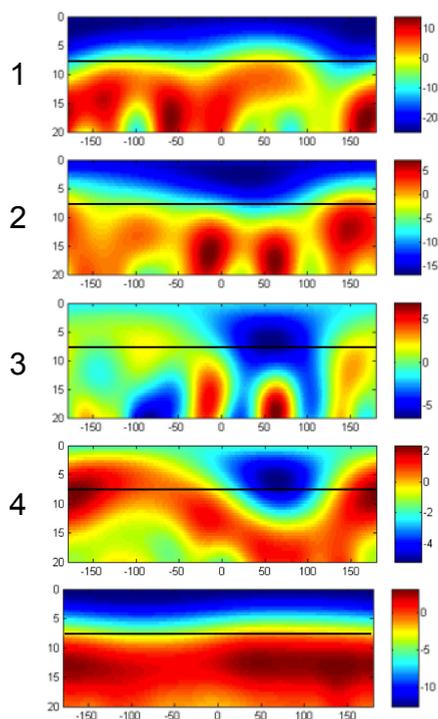


Figura 7 – Differenze di geoidi [cm] nella calotta polare artica tra EGM08 e il modello stimato ai vari passi della procedura di collocazione (stessa sequenza della Figura 6).
 Ultimo pannello: soluzione TIM. Linea nera: limite dell'orbita di GOCE.

Il modello di covarianza del segnale SST nell'approccio space-wise

Nell'approccio space-wise prima di effettuare l'operazione di *gridding* viene rimosso dai dati un modello a priori, così da rendere la collocazione più efficiente, ma per questo è necessario che la covarianza del segnale residuo sia ben modellata.

A differenza del modello *quick-look* che era stato usato nella prima *release* della soluzione space-wise, il nuovo modello a priori derivato dall'analisi di dati SST produce un segnale residuo con forti anisotropie soprattutto a causa dei polar gap (Sneeuw & van Gelderen 1997). Si noti che la covarianza del segnale residuo è semplicemente la covarianza dell'errore di stima del modello a priori adottato.

Teoricamente sarebbe necessario propagare la matrice di covarianza piena dell'errore del modello SST ai differenti funzionali di osservazione (potenziale e gradienti di gravità). In pratica la covarianza del modello SST può essere così approssimata (in ordine decrescente di accuratezza):

- matrice di covarianza diagonale a blocchi (ordine per ordine);
- matrice di covarianza diagonale con varianze differenti σ_{im}^2 per ogni coefficiente;
- matrice di covarianza diagonale con *degree variance* σ_l^2 .

Nell'attuale implementazione del *gridding* tramite collocazione sono tenute in considerazione solo le *degree variance*. Questa scelta ha come principale vantaggio la riduzione del carico computazionale, ma richiede alcuni adattamenti per tenere in considerazione le varie anisotropie dell'errore dei coefficienti del modello SST (si vedano le Figure 8 e 9).

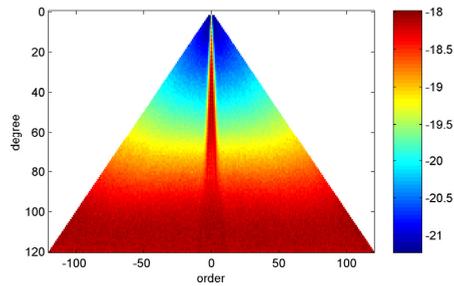


Figura 8 – Varianza degli errori dei coefficienti del modello SST (scala \log_{10}).

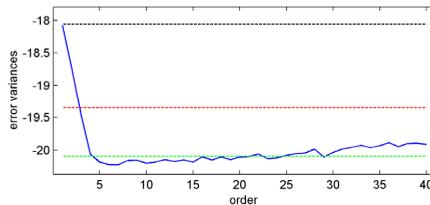


Figura 9 – Varianza degli errori dei coefficienti coseno del modello SST a grado 40;
 blu: varianze; nero: varianza massima; rosso: degree variance;
 verde: degree median al quadrato.

Per stimare il nuovo modello space-wise sono state implementate due iterazioni dello schema di Figura 1:

- nella prima le *degree variance* vengono sovrastimate al massimo valore di varianza per ogni grado, così da permettere una buona estrapolazione nei *polar gap* che in effetti agiscono prevalentemente sugli ordini bassi (Sneeuw & van Gelderen 1997);
- nella seconda le *degree variance* sono state sostituite con le *degree median*, in modo da pesare meglio i coefficienti non affetti da *polar gap*.

Questo approccio a passi è comunque una soluzione approssimata. La soluzione più ragionevole, ma computazionalmente più pesante, sarebbe probabilmente di considerare covarianze a blocchi per gli ordini bassi e le singole varianze per i restanti coefficienti.

Combinazione delle soluzioni space-wise intermedie

Come già menzionato, gli otto mesi di dati GOCE usati per calcolare la nuova soluzione sono stati dapprima divisi in parti temporalmente contigue e con caratteristiche simili, poi pre processati in modo tale da individuare e rimuovere gli *outlier* e ricostruire piccole interruzioni nei dati. Gli intervalli temporali privi di un numero sufficiente di dati sono stati scartati.

Per produrre la soluzione qui presentata sono stati selezionati cinque blocchi di dati; degli iniziali otto mesi di dati, solo l'80% è stato effettivamente usato (si veda la Figura 10).



Figura 10 – Sottoinsiemi dei dati usati per il nuovo modello space-wise; in grigio, i sottoinsiemi di dati eliminati; in verde, i sottoinsiemi di dati utilizzati per il calcolo del modello.

Il modello finale è stato ottenuto attraverso i seguenti passi di calcolo (si veda la Figura 11):

- ogni blocco di dati è stato processato usando il classico approccio space-wise (si veda di nuovo la Figura 1) producendo griglie di potenziale e delle sue derivate seconde radiali, più campioni Monte Carlo (MC) che descrivono l'errore;
- le diverse griglie dei due funzionali sono state unite insieme pesando i dati che cadono in una finestra mobile sulla base delle matrici di covarianza dell'errore. Queste matrici sono calcolate a partire dai campioni MC.
- un procedimento di analisi armonica è stato applicato a queste due griglie finali, ottenendo due *set* di coefficienti che sono stati infine combinati tramite collocazione. La combinazione è basata nuovamente sulle covarianze dell'errore ottenute con metodo MC.

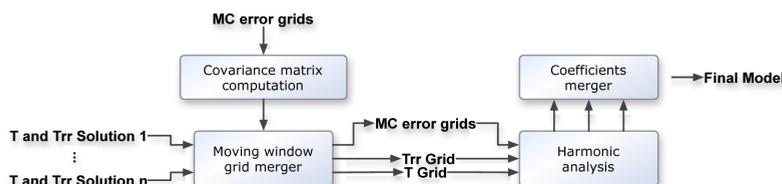


Figura 11 – Schema per il calcolo del modello finale da soluzioni intermedie space-wise.

Una più semplice alternativa sarebbe stata di combinare direttamente *set* di coefficienti armonici sulla base della loro matrice di covarianza dell'errore. In questo caso, per rendere l'inversione della matrice di covarianza più stabile e rapida si sarebbe potuto utilizzare una matrice approssimata come diagonale a blocchi. Comunque, dal momento che alcuni sottoinsiemi di dati contengono una sequenza molto breve di epoche, la distribuzione spaziale dell'errore delle corrispondenti soluzioni non è dipendente dalla latitudine e quindi l'approssimazione diagonale a blocchi della matrice di covarianza dell'errore non sarebbe stata molto affidabile.

Viceversa, una combinazione basata su una finestra mobile può meglio descrivere la distribuzione locale dell'errore nei differenti blocchi di dati.

Risultati

Come conseguenza degli aggiornamenti implementati, si può affermare che l'approccio space-wise è ora in grado di produrre soluzioni GOCE-only.

Per evidenziare le caratteristiche di questa nuova soluzione, un modello space-wise basato sulla catena di processamento aggiornata e calcolato usando soli due mesi di dati è stato confrontato con la "soluzione di Bergen" (anch'essa ottenuta da due soli mesi di dati GOCE, ma non GOCE-only).

Il risultato di questi confronti è riportato in Figura 12. Come ci si poteva aspettare la nuova soluzione space-wise è peggiore ai gradi bassi, perché la vecchia soluzione faceva uso di dati GRACE (attraverso EGM08 ed EIGEN5C) i quali sono notoriamente superiori ai dati GOCE per i gradi bassi. Nel confronto con la soluzione time-wise il comportamento leggermente migliore sotto grado $70 + 80$ (pannello a sinistra nella Figura 12) può essere attribuito ad una miglior stima dei coefficienti di ordine basso, cioè a una miglior estrapolazione dei dati nelle calotte polari (si veda anche la Figura 7). D'altra parte la soluzione space-wise sembra essere sovra-regolarizzata ai gradi più alti (che possono essere meglio osservati nel pannello a destra nella Figura 12). Ciò è dovuto molto probabilmente all'uso di un modello approssimato per la covarianza del segnale residuo nell'operazione di *gridding* tramite collocazione (si veda la Sezione 4).

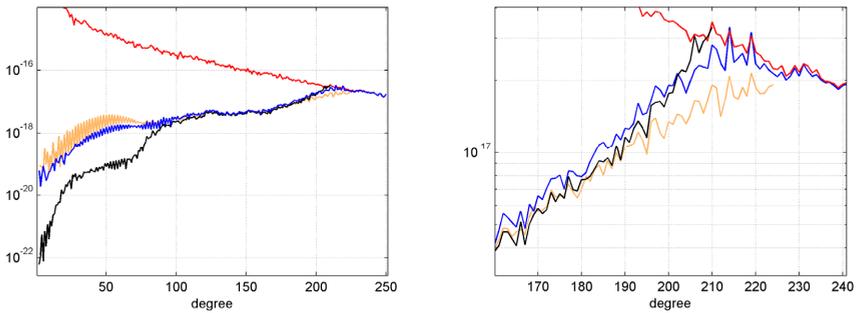


Figura 12 – Degree variance dell’errore di stima nella nuova soluzione SPW (in blu), confrontato con la precedente soluzione SPW (in nero) e con la soluzione TIM (in arancio); tutti i modelli sono basati sui primi due mesi di dati della missione GOCE; il riferimento è EGM08.
Nel pannello a destra la figura è ingrandita da grado 160 in avanti.

Passando alla soluzione basata su otto mesi di dati, la prima considerazione che si può trarre è che il modello space-wise GOCE-only migliora l’accuratezza della stima in quanto sfrutta tre volte l’ammontare dei dati disponibili per la prima *release*. Questo può essere notato, ad esempio, dai grafici delle *degree median* dell’errore rispetto ad EGM08 (pannello a sinistra nella Figura 13). Le *degree median* sono preferite alle *degree variance* perché sono più robuste rispetto all’effetto dei *polar gap* e quindi enfatizzano meglio il miglioramento ottenuto. Escludendo i gradi medi in cui l’errore di EGM08 è dominante, il miglioramento è chiaramente visibile.

Le *degree variance* dell’errore del modello space-wise finale, calcolate rispetto a EGM08 e stimate con il metodo Monte Carlo, sono mostrate nel pannello a destra nella Figura 13 con lo scopo di evidenziare la buona affidabilità della stima dell’errore. Le corrispondenti *degree variance* dell’errore del modello time-wise (TIM) sono mostrate sempre in Figura 13 a scopo di confronto.

Una rappresentazione più dettagliata della struttura dell’errore può essere vista in Figura 14, dove è mostrato il miglioramento ottenuto in termini di varianza dell’errore dei singoli coefficienti.

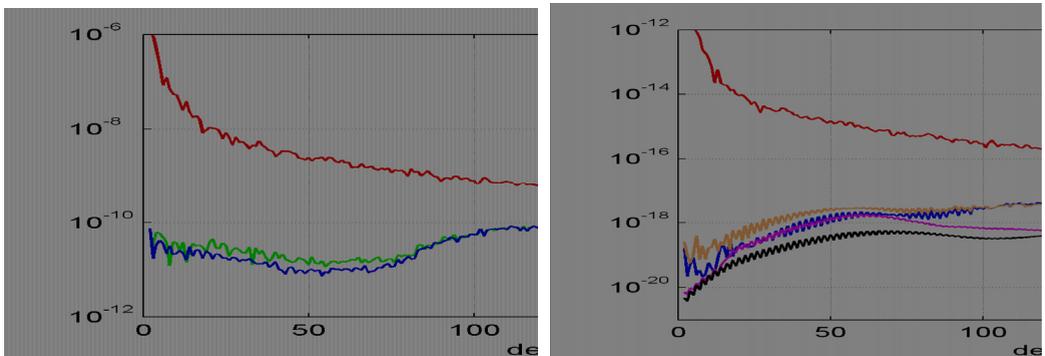


Figura 13 – A sinistra: *degree median* dell’errore della soluzione SPW di otto mesi (in blu), confrontata con la soluzione SPW di due mesi (in verde), modello di riferimento EGM08.
A destra: *degree variance* dell’errore della soluzione SPW, calcolate rispetto a EGM08 (in blu) e stimate da simulazioni Monte Carlo (in magenta); *degree variance* dell’errore della soluzione TIM sempre calcolate rispetto ad EGM08 (in arancione) e derivate dalla matrice di covarianza dell’errore (in nero).

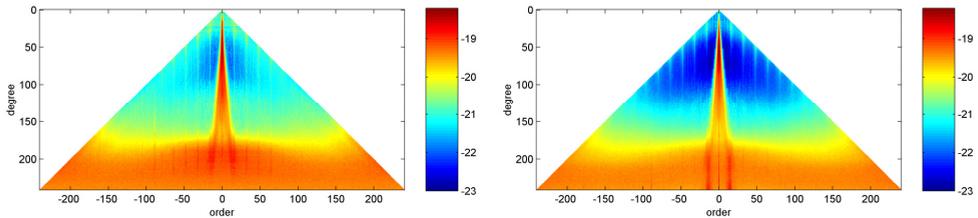


Figura 14 – Varianze dell'errore dei coefficienti (scala \log_{10}) per la soluzione SPW basata su due mesi di dati (a sinistra) e la soluzione SPW finale (a destra).

Nel corso della catena di processamento space-wise, vengono calcolate griglie di osservabili GOCE (potenziale T e derivate seconde radiali T_{rr}) ad altezza del satellite con una risoluzione di $0.5^\circ \times 0.5^\circ$; le covarianze dei loro errori sono usate per la combinazione delle soluzioni intermedie. Un importante aspetto per gli utenti scientifici è che tali griglie possono essere rese disponibili e sfruttate anche per applicazioni geofisiche.

In Figura 15 è mostrato il miglioramento dell'errore delle griglie di T_{rr} dalla soluzione di due mesi a quella finale, in termini di deviazione standard. Le differenze tra la griglia di T_{rr} calcolata dall'approccio space-wise sui dati GOCE e quella ricavata da EGM08 sono mostrate in Figura 16, enfatizzando le aree dove EGM08 può beneficiare maggiormente da dati GOCE, quali ad esempio zone del Sud America, Africa Centrale, Himalaya, etc.

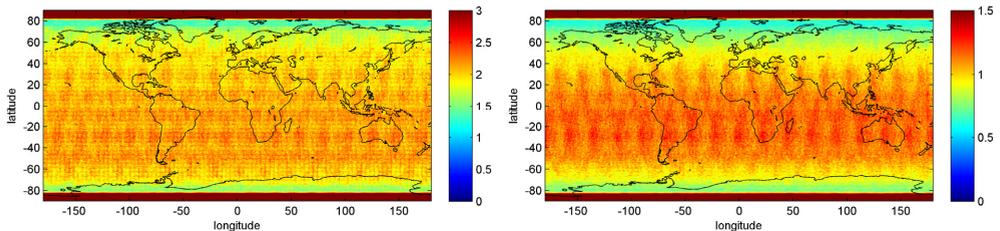


Figura 15 – Deviazione standard dell'errore [mE] della griglia di T_{rr} per la soluzione SPW basata su due mesi di dati (a sinistra) e per la soluzione SPW finale (a destra).

Si noti la differente scala di colori.

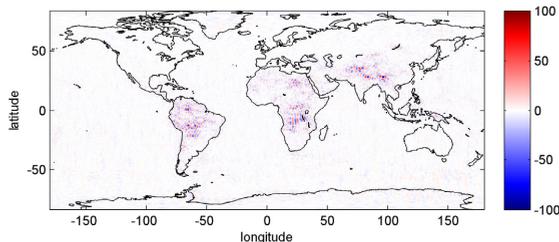


Figura 16 – Differenze [mE] tra la griglia GOCE di T_{rr} stimata con l'approccio SPW e la corrispondente griglia di T_{rr} ricavata da EGM08.

L'errore di commissione in termini di ondulazione del geoide nell'intervallo di latitudine $-80^\circ < \varphi < 80^\circ$ in funzione del massimo grado armonico è mostrato in Figura 17 a sinistra. Lo stesso grafico in termini di anomalie di gravità è mostrato in Figura 17 a destra. Si può osservare che le accuratezze stimate del modello space-wise fino a grado ed ordine 200 sono circa 8.5 cm in termini di ondulazione del geoide e circa 2.5 mgal in termini di anomalie di gravità. La risoluzione massima del modello rilasciato è pari a grado armonico 240.

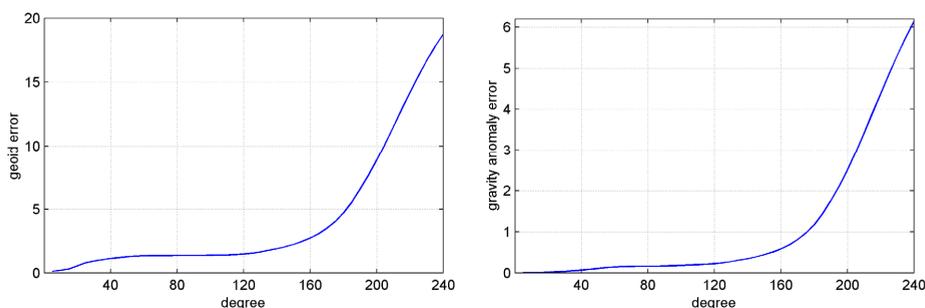


Figura 17 – Errore di commissione in termini di ondulazione del geoide [cm] e in termini di anomalie di gravità [mgal] nell'intervallo di latitudine $-80^\circ < \varphi < 80^\circ$.

Conclusioni

L'analisi presentata in questo articolo mostra che l'approccio space-wise è in grado di produrre un modello GOCE-only basato su diversi mesi di dati GOCE.

Al momento la principale debolezza della soluzione sembra essere una sovra-regolarizzazione ai gradi alti. Questo problema può essere risolto migliorando il modello di covarianza del segnale residuo. Inoltre, la caratteristica delle singole soluzioni intermedie di essere regolarizzate (sono tutte basate su un'operazione di *gridding* tramite collocazione) contribuisce alla sovra-regolarizzazione del modello combinato. Per impedire questo svantaggio, invece di calcolare molte soluzioni intermedie, si potrebbe pensare di aggiornare la soluzione precedente con i nuovi dati disponibili. Ciò può essere effettuato con una procedura di collocazione a passi, dove il modello di covarianza del segnale residuo è di nuovo un fattore chiave del risultato.

Ringraziamenti

Questo lavoro è sviluppato all'interno del contratto ESA 18308/04/NL/NM (GOCE HPF), in collaborazione con i colleghi di UCPH (Copenhagen). Si ringrazia in particolare Matija Herceg, studente di dottorato presso DTU Space (Copenhagen).

RIFERIMENTI

- Bruinsma S.L., Marty J.C., Balmino G., Biancale R., Förste C., Abrikosov O. & Neumayer H. (2010). GOCE gravity field recovery by means of the direct numerical method. In: *Proc. of the ESA Living Planet Symposium*, Bergen (Norway), ESA SP-686, ISBN 978-92-9221-250-6, ISSN 1609-042X.
- Förste C., Flechtner F., Schmidt R., Stubenvoll R., Rothacher M., Kusche J., Neumayer H., Biancale R., Lemoine J.M., Barthelmes F., Bruinsma S., Koenig R. & Meyer U. (2008). EIGEN-GL05C - A new global combined high-resolution GRACE-based gravity field model of the GFZ-GRGS cooperation. *Geophysical Research Abstracts*, Vol. 10, EGU2008-A-03426.
- Jekeli C. (1999). The determination of gravitational potential differences from satellite-to-satellite tracking. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Vol. 75, pp. 85-101.

- Lamarre D. (2007). The very basic principles of the GOCE gradiometer in-flight calibration. In: *Proc. of the 3rd International GOCE User Workshop*, ESA SP-627, pp. 91-94.
- Mayrhofer R., Pail R. & Fecher T. (2010). Quick-look gravity field solution as part of the GOCE quality assessment. In: *Proc. of the ESA Living Planet Symposium*, Bergen (Norway), ESA SP-686, ISBN 978-92-9221-250-6, ISSN 1609-042X.
- Metzler B. & Pail R. (2005). GOCE data processing: the spherical cap regularization approach. *Studia Geophysica et Geodaetica*, Vol. 49, N. 4, pp. 441-462.
- Migliaccio F., Reguzzoni M. & Sansò F. (2004). Space-wise approach to satellite gravity field determination in the presence of coloured noise. *Journal of Geodesy*, Vol. 78, N. 4-5, pp. 304-313.
- Migliaccio F., Reguzzoni M., Sansò F. & Tselmes N. (2009). An error model for the GOCE space-wise solution by Monte Carlo methods. In: *LAG Symposia, "Observing our Changing Earth"*, Sideris M.G. (ed), Vol. 133, Springer-Verlag, Berlin, pp. 337-344.
- Migliaccio F., Reguzzoni M. & Tselmes N. (2010a). A simulated space-wise solution using GOCE kinematic orbits. *Bulletin of Geodesy and Geomatics*, N. 01/2010, pp. 55-68.
- Migliaccio F., Reguzzoni M., Sansò F., Tscherning C.C. & Veicherts M. (2010b). GOCE data analysis: the space-wise approach and the first space-wise gravity field model. In: *Proc. of the ESA Living Planet Symposium*, Bergen (Norway), ESA SP-686, ISBN 978-92-9221-250-6, ISSN 1609-042X.
- Pail R., Goiginger H., Mayrhofer R., Schuh W.D., Brockmann J.M., Krasbutter I., Höck E. & Fecher T. (2010). Global gravity field model derived from orbit and gradiometry data applying the time-wise method. In: *Proc. of the ESA Living Planet Symposium*, Bergen (Norway), ESA SP-686, ISBN 978-92-9221-250-6, ISSN 1609-042X.
- Pail R., Bruinsma S., Migliaccio F., Förste C., Goiginger H., Schuh W.D., Höck E., Reguzzoni M., Brockmann J.M., Abrikosov O., Veicherts M., Fecher T., Mayrhofer R., Krasbutter I., Sansò F. & Tscherning C.C. (2011). First GOCE gravity field models derived by three different approaches. *Journal of Geodesy*, in stampa.
- Papoulis A. (1984). *Signal analysis*. McGraw Hill, New York.
- Pavlis, N.K., Holmes S.A., Kenyon S.C. & Factor J.K. (2008). An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008. *Presented at the 2008 General Assembly of the EGU*, Vienna, April 13-18, 2008.
- Reguzzoni M. & Tselmes N. (2009). Optimal multi-step collocation: application to the space-wise approach for GOCE data analysis. *Journal of Geodesy*, Vol. 83, N. 1, pp. 13-29.
- Rummel R., Gruber T. & Koop R. (2004). High Level Processing Facility for GOCE: Products and Processing Strategy. In: *Proc. of the 2nd International GOCE User Workshop*, ESA SP-569.
- Sansò F. (1986). Statistical methods in physical geodesy. In: *Lecture Notes in Earth Sciences, "Mathematical and Numerical Techniques in Physical Geodesy"*, Sünkel H. (ed), Vol. 7, Springer-Verlag, Berlin, pp. 49-155.
- Sneeuw N. & van Gelderen M. (1997). The polar gap. In: *Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimeter Geoid*, Lecture Notes in Earth Sciences, Vol. 65, Springer, Berlin, pp. 559-568.
- Visser P.N.A.M., Sneeuw N. & Gerlach C. (2003). Energy integral method for gravity field determination from satellite orbit coordinates. *Journal of Geodesy*, Vol. 77, N. 3-4, pp. 207-216.
- Visser P.N.A.M., van den Ijseel J., van Helleputte T., Bock H., Jäggi A., Beutler G. & Heinze M. (2010). Rapid and precise orbit determination for the GOCE satellite. In: *Proc. of the ESA Living Planet Symposium*, Bergen (Norway), ESA SP-686, ISBN 978-92-9221-250-6, ISSN 1609-042X.