

Formazione diretta di dsm da immagini e scansioni

Renata Cargnelutti (*), Valentina Forcella (**), e Luigi Mussio (***)

(*) Politecnico di Milano - DIIAR, Piazza Leonardo da Vinci, 32 – 20133 Milano (Italy)
Ph. + 39 02 2399 6501, Fax + 39 02 2399 6602, e-mail: rena984@hotmail.it

(**) Politecnico di Milano - DIIAR, Piazza Leonardo da Vinci, 32 – 20133 Milano (Italy)
Ph. + 39 02 2399 6501, Fax + 39 02 2399 6602, e-mail: valentina.forcella@virgilio.it

(***) Politecnico di Milano - DIIAR, Piazza Leonardo da Vinci, 32 – 20133 Milano (Italy)
Ph. + 39 02 2399 6501, Fax + 39 02 2399 6602, e-mail: luigi.mussio@polimi.it

Riassunto

L'acquisizione di distanze o di punti immagini per ricostruire superfici di oggetti presenta un difetto di rango, rispettivamente pari a due, oppure ad uno, che deve essere opportunamente sanata. L'imposizione di condizioni geometriche di regolarizzazione, quali medie mobili per definire la continuità della superficie dell'oggetto rilevato e, se necessario (come nel caso di un difetto di rango pari a due), la curvatura della linea di scansione, permette di risolvere il problema rilevato.

Abstract

The acquisition of distances or image points to reconstruct surfaces of objects with rank deficiency, respectively equal to two or one must be revised.

The problem can be solved by setting regularization geometric conditions, such as moving averages to define the continuity of the surface of the sensing object and, if necessary (as in the case of rank deficiency equal to two), the curvature of the scan line.

Introduzione

Nella ricostruzione di superfici, un problema, solo apparentemente, collaterale riguarda l'acquisizione d'informazioni da dati con difetto di rango. Infatti se i dati rilevati sono distanze o punti immagine, mentre ovviamente le informazioni richieste sono le coordinate 3D dei punti oggetto, allora l'informazione acquisita presenta un difetto di rango, rispettivamente pari a due od uno che deve essere sanata attraverso opportune condizioni geometriche di regolarizzazione.

Questo fatto è davvero concreto, in quanto le scansioni (laser, radar e sonar), misurano distanze, in forma di nuvole di punti, senza una precisa indicazione sulla direzione (spaziale) d'osservazione, mentre i punti immagine sono proiettati in uno spazio bidimensionale.

In entrambi i casi, la continuità locale della superficie dell'oggetto e, nel primo caso, anche la continuità locale della linea di scansione (delle distanze) permettono di superare l'impasse nel quale si cadrebbe altrimenti.

Le condizioni geometriche di regolarizzazione

Una prima condizione geometrica di regolarizzazione, abbastanza semplice, impone medie mobili locali, per garantire la ragionevole continuità della superficie. Infatti l'usuale espressione della media aritmetica è calcolata, per ogni punto dell'insieme dato, su tutti i punti appartenenti ad un opportuno intorno del punto, di volta in volta, in esame.

A riguardo, occorre notare come un intorno troppo piccolo (a rischio di essere quasi vuoto) sia troppo sensibile alla casuale variabilità dei singoli dati, mentre un intorno troppo grande (pressoché coincidente con la totalità dei dati stessi) finisca con ridurre le medie mobili quasi alla sola media generale.

Una seconda condizione geometrica di regolarizzazione, ben più complessa, serve a garantire la continuità locale della linea di scansione (delle distanze). La ragione di questa seconda continuità è insita nelle modalità stesse della scansione effettuata dal sensore nel suo movimento (rotatorio) di rilevamento dei punti oggetto.

- Allora se la superficie può essere considerata localmente piana, allora il cono retto delle distanze la interseca con qualche retta e molte coniche diverse tra loro, al variare dell'inclinazione del cono rispetto alla superficie piana.
- Se invece la superficie ha una forma localmente più complessa, pur fermandosi alle quadriche, le intersezioni sono curve, piane o gobbe, di 3° o 4° grado di cui non è nota una classificazione completa.

Come evidente, questa ultima questione, riguardante essenzialmente problemi di geometria analitica, esula dagli scopi del presente lavoro e merita uno studio apposito.

Per ragioni di semplicità, la condizione d'appartenenza dei punti immagine alla linea di scansione è ottenuta imponendo che la differenza seconda finita sia conforme a quella di una conica prescelta (nella maggior parte dei casi: una iperbole ¹).

Digressione sulle coniche e le quadriche

La fig. 1 mostra le coniche, già studiate nell'antichità da Apollonio di Perga, ottenute come sezioni di un cono retto, essendo le stesse: una ellisse (od una circonferenza, come caso particolare), una parabola ed una iperbole (od una iperbole equilatera, come caso particolare, se il cono ha un angoloide retto). E' noto che due rette coincidenti, parallele od intersecantesi (come gli asintoti di una iperbole) sono coniche degeneri, comunque estranee ad i casi in esame.

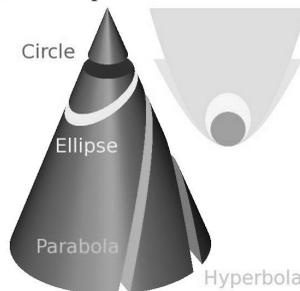


Figura 1 – Le coniche come intersezione di un piano con un cono retto.

Come già detto in precedenza, prendere in considerazione una superficie più complessa esula dagli scopi del presente lavoro; pertanto quanto segue è solo una digressione sulle quadriche ed alcune loro combinazioni, volta a dare qualche indicazione a riguardo, gettando uno sguardo anche sul mondo affascinante delle simmetrie.

Le quadriche sono superfici di secondo grado ², con l'eccezione di quelle degeneri (date da piani coincidenti, piani paralleli e piani intersecantisi, comunque estranei ad i casi in esame), in numero di sette ³:

¹ La ragione di questa affermazione sta nel parallelismo tra l'asse verticale del sensore e la verticalità del piano contenente i punti oggetto. Una ortogonalità genera circonferenze, ma richiede di ruotare il sensore (nel caso di un piano verticale) o di avere un sensore capace di esplorare anche viste molto alte o molto basse (nel caso di un piano orizzontale). Ovviamente non parallelismi e non ortogonalità determinano ellissi e parabole, ma sono casi più rari, in questo contesto specifico.

² Alcune di queste superfici sono euclidee (cilindri e coni), cioè a semplice curvatura, mentre tutte le altre sono rimaniane, perché a doppia curvatura. A loro volta, le superfici rimaniane si suddividono in ellittiche ed iperboliche, rispettivamente secondo la non-esistenza di una parallela, oppure l'esistenza di infinite parallele. Entrambi i casi costituiscono infatti una violazione del quinto postulato di Euclide che impone l'esistenza di una sola parallela, ad una retta, per un punto ad essa esterno.

1. cilindri;
2. coni;
3. ellissoidi;
4. paraboloidi ellittici;
5. paraboloidi iperbolici;
6. iperboloidi ad una falda;
7. iperboloidi a due falde.

La figura 2 illustra le sette quadriche non-degeneri.

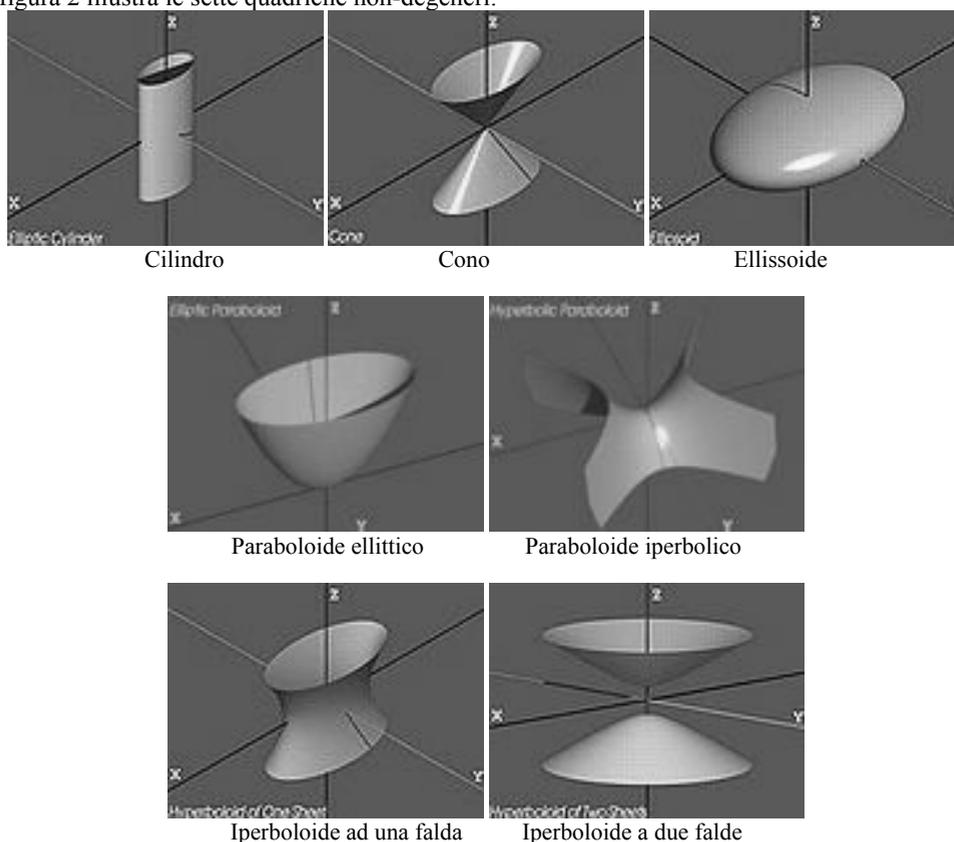


Figura 2 – Le quadriche non-degeneri.

Le intersezioni tra un cono retto e le quadriche

L'intersezione di un cono retto con le sette quadriche non-degeneri, aggiunte al piano, già preso in considerazione (che notoriamente individua, quali intersezioni, rette, ellissi o circonferenze, parabole ed iperboli o iperboli equilateri), determina i seguenti diciassette casi (relativamente ai quali devono essere studiate le varie linee d'intersezione):

³ Una precisazione è doverosa riguardo le classificazioni ed i loro numeri. Ogni classificazione è solo un tentativo d'interpretazione e, di conseguenza, abbastanza arbitraria (ad esempio, non sono presi in considerazione casi inclinati: rari, ma non impossibili). E' comunque significativo rilevare, come qualche classificazione porti a conteggi già noti in altri contesti (come ad esempio, nelle dimensioni dei gruppi di simmetrie lineari, planari e spaziali, caratterizzati rispettivamente da numeri sette, diciassette e trentadue). Escludendo tentazioni cabalistiche, occorre fare riferimento a forme biologiche (ad esempio, destra e sinistra o le dita della mano) e/o naturali che influenzano il modo di pensare.

1. piano parallelo ⁴;
2. piano perpendicolare;
3. cilindro ellittico parallelo;
4. cilindro ellittico perpendicolare;
5. cilindro parabolico parallelo;
6. cilindro parabolico perpendicolare;
7. cilindro iperbolico parallelo;
8. cilindro iperbolico perpendicolare;
9. cono parallelo;
10. cono perpendicolare;
11. ellissoide;
12. paraboloidi ellittico;
13. paraboloidi iperbolico parallelo;
14. paraboloidi iperbolico perpendicolare;
15. iperboloide ad una falda parallelo;
16. iperboloide ad una falda perpendicolare;
17. iperboloide a due falde.

Facendo riferimento a particolari intersezioni tra quadriche, come quelle tra due cilindri, tra un cilindro ed una cupola, e tra due cilindri ed una cupola, prendendo in considerazione le tre forme ellittico, parabolico ed iperbolico (senza mescolarle tra loro), si ottengono altri quindici casi, per un totale di trentadue casi distinti (relativamente ai quali devono ancora essere studiate le varie linee d'intersezione):

18. due cilindri ellittici per unione;
19. due cilindri ellittici per intersezione;
20. due cilindri parabolici per unione;
21. due cilindri parabolici per intersezione;
22. due cilindri iperbolici per unione;
23. due cilindri iperbolici per intersezione;
24. un cilindro ellittico ed una cupola ellittica;
25. un cilindro parabolico ed una cupola parabolica;
26. un cilindro iperbolico ed una cupola iperbolica;
27. due cilindri ellittici ed una cupola ellittica per unione;
28. due cilindri ellittici ed una cupola ellittica per intersezione;
29. due cilindri parabolici ed una cupola parabolica per unione;
30. due cilindri parabolici ed una cupola parabolica per intersezione;
31. due cilindri iperbolici ed una cupola iperbolica per unione;
32. due cilindri iperbolici ed una cupola iperbolica per intersezione.

La figura 3 mostra le volte a crociera ed a padiglione, ottenute rispettivamente per unione ed intersezione di due cilindri ortogonali tra loro ⁵.

⁴ Gli aggettivi: parallelo, inclinato e perpendicolare, qui come nel seguito, sono riferiti all'asse di rotazione del cono retto.

⁵ L'unione di due cilindri ortogonali tra loro considera di ciascuno solo la regione esterna all'altro, mentre l'intersezione di due cilindri considera di ciascuno solo la regione interna all'altro.

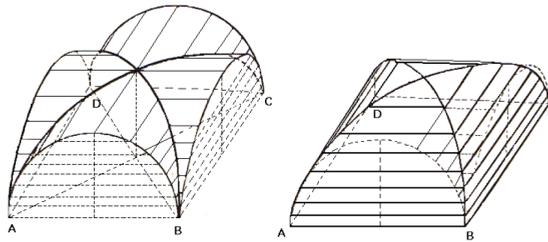


Figura 3 – Volte a crociera ed a padiglione.

Quali esempi di linee d'intersezione (con l'evidente limite di essere solo curve piane e non anche gobbe), i grafici a seguire, riportati nella fig. 4, mostrano alcune delle 78 cubiche, studiate già da Newton e successivamente da Stirling: in particolare, oltre alla parabola cubica semplice, le parabole cubiche pura, con ovale, puntuta, annodata e cuspidata.

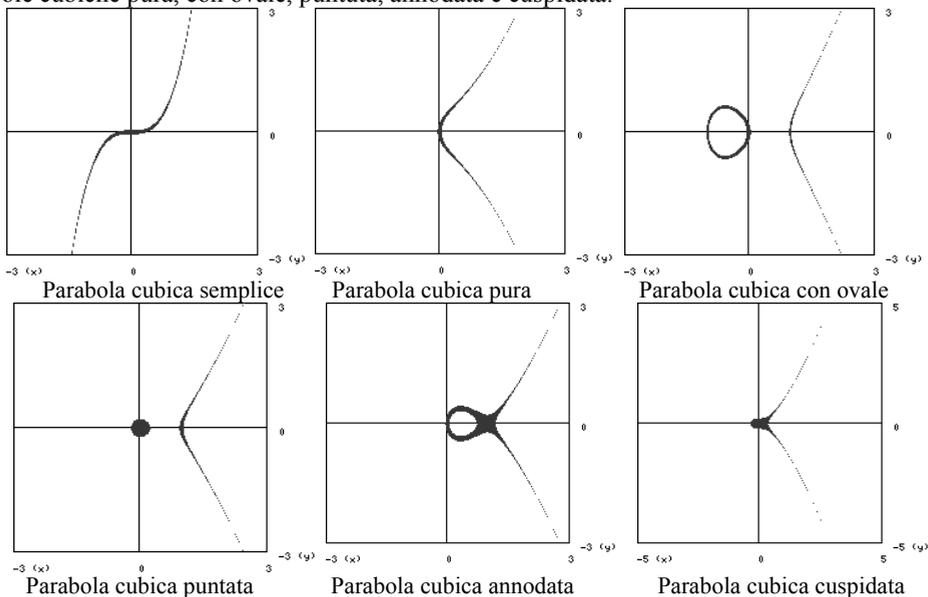


Figura 4 – Esempi di parabole cubiche.

Esempi concreti

Due esempi concreti presentano due scansioni:

- su una parete (verticale), sostanzialmente piana della Villa Reale di Monza, dove le linee di scansione mostrano una retta ed alcune iperboli (essendo l'asse del cono retto parallelo alla parete stessa);
- sulla cupola del Duomo di Milano, vista dal basso (cioè con l'asse del cono retto perpendicolare alla cupola), dove le linee di scansione mostrano linee più complesse, essendo più complessa la superficie rilevata (conformemente a quanto già esposto con considerazioni geometriche).

Le figure 5 e 6 presentano le nuvole di punti, relative ai due esempi illustrati.

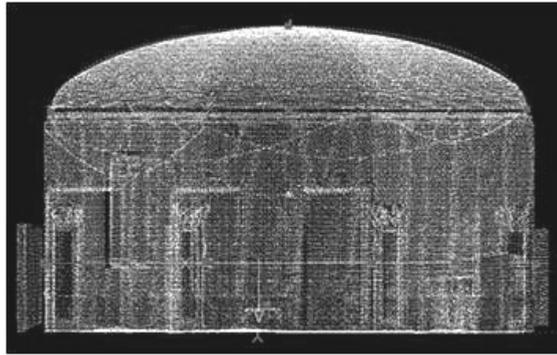


Figura 5 – Nuvola di punti di una scansione laser di una parete della Villa Reale di Monza.

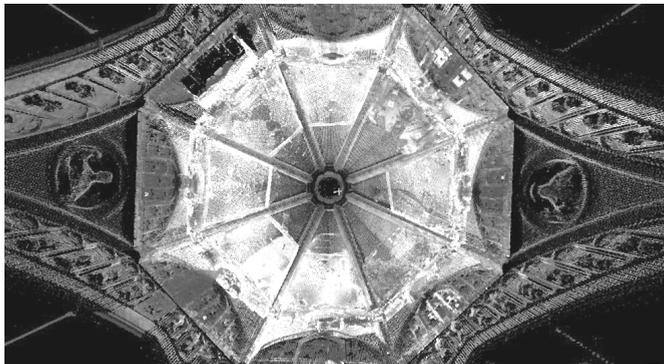


Figura 6 – Nuvola di punti di una scansione laser della cupola del Duomo di Milano.

Ringraziamenti

Gli autori ringraziano l'ing. Alice Pozzoli per la documentazione fornita, relativamente ai conteggi topologici e geometrici cui fa riferimento il presente lavoro. Gli autori ringraziano altresì il prof. Carlo Monti e l'arch. Fiorella Gaudio per aver messo a disposizione le due immagini con le nuvole dei punti.

Riferimenti bibliografici

- Cassinis G. (1928), "Calcoli numerici grafici e meccanici", Mariotti Pacini, Pisa
Pizzetti P. (1928), "Trattato di Geodesia teoretica", Nicola Zanichelli, Bologna
Cassinis G. (1938), "Lezioni di Topografia con elementi di Geodesia", Libreria Editrice Politecnica – C. Tamburini, Milano
Boaga G. (1943), "Elementi di Geodesia e Topografia", CEDAM – Casa Editrice Dott, Antonio Milani, Padova
Chisini O, Masotti Biggogero G. (1946), "Esercizi e complementi di geometria descrittiva", Libreria Editrice Politecnica C. Tamburini, Milano
Chisini O, Masotti Biggogero G. (1946), "Lezioni di geometria descrittiva" Libreria Editrice Politecnica C. Tamburini, Milano
Cassinis G. (1955), "Complementi di Topografia e Geodesia", Libreria Editrice Politecnica – C. Tamburini, Milano
Masotti Biggogero G. (1958), "Lezioni di geometria proiettiva", Libreria Editrice Politecnica C. Tamburini, Milano