

## Costruzione del SIT 3D della chiesa di Mušutište

Tamara Bellone (\*), Naida Di Nino (\*\*), Luigi Mussio (\*\*)

(\*) Politecnico di Torino – DITAG – Corso Duca degli Abruzzi, 24 – 10139 Torino (Italy)  
Ph. + 39 011 564 7709 – Fax + 39 011 564 7699 – e-mail tamara.bellone@polito.it

(\*\*) Politecnico di Milano – DIIAR – Piazza Leonardo da Vinci, 32 – 20133 Milano (Italy)  
Ph. + 39 02 2399 6501 – Fax + 39 02 2399 6602 – e-mail's luigi.mussio@polimi.it ; neb@hotmail.com

### Riassunto

La costruzione del SIT 3D della chiesa di Mušutište, andata recentemente distrutta dopo gli eventi bellici in Kosovo, è un passo preliminare per una ricostruzione, quantomeno virtuale, cosicché il patrimonio artistico, da essa costituito, non vada disperso. Base della costruzione di un SIT 3D è la ricostruzione della topologia 3D dell'oggetto in esame (scomposto in corpi, facce, lati e punti), inserito nelle aree appena circostanti.

### Abstract

3D GIS construction of the Mušutište church, recently destroyed after the Kosovo war, is a preliminary step in order to obtain, at least, its virtual reconstruction. The 3D topology recognition, based on object features (like bodies, faces, edges and points), easily permits the 3D GIS construction of the above mentioned church and its surrounding area.

### Introduzione

L'analisi e la gestione di topologie 3D costituiscono punti molto importanti per i GIS 3D; infatti edifici, monumenti e molti altri differenti oggetti presentano tre dimensioni, spesso comparabili fra loro, cosicché i trattamenti, le descrizioni e le rappresentazioni 3D sono particolarmente rilevanti e significative. D'altra parte, l'analisi e la gestione di topologie 3D possono diventare molto complesse, se il trattamento dell'informazione è condotto selezionando realizzazioni fisicamente ammissibili fra tutte le possibili combinazioni. Si ricordi che i numeri fattoriali (che governano il calcolo combinatorio) crescono davvero molto in fretta. A riguardo, si noti come i movimenti rigidi di un quadrato siano 8 e costituiscano il sottogruppo rigido di  $S_4$  (gruppo di sostituzioni su 4 lettere, a sua volta formato da:  $4! = 24$  elementi), mentre i movimenti rigidi di un cubo siano 24 (ovvero 48, se si tiene conto delle specularità) e costituiscano il/i sottogruppo/i rigido/i di  $S_8$  (gruppo di sostituzioni su 8 lettere, a sua volta formato addirittura da:  $8! = 40320$  elementi). Passare da  $S_4$  al suo sottogruppo rigido è un gioco interessante, passare da  $S_8$  al suo sottogruppo rigido un'evidente assurdità, così come è altrettanto assurdo cercare di descrivere dettagliatamente tutti i 40320 elementi di  $S_8$ . Al contrario, se la base per l'analisi e la gestione dei dati è la cardinalità propria dei gruppi di simmetria 3D, le stesse analisi e gestione possono essere messe in atto in un modo relativamente semplice. Per queste ragioni, il trattamento, la descrizione e la rappresentazione 3D, dopo la selezione degli elementi base naturali (punti, lati, facce e corpi), trasformano i primi due in nodi ed archi di grafi primari, e gli ultimi due in archi e nodi di grafi duali, ponendo una tabella di connessione incrociata a collegamento fra archi ed archi duali, cioè fra lati e facce. L'analisi e la gestione di topologie 3D presentano molti differenti trattamenti, descrizioni e rappresentazioni, in forma di tabelle o carte: nodi con nodi ed archi con archi, così come nodi con archi e viceversa, prendendo in considerazione entrambi i grafi primari e duali. Particolare cura è dedicata alla definizione dei confini definiti nello spazio piano dell'intero insieme dei dati e dei singoli elementi, così come delle frontiere nello spazio 3D, dove queste ultime possono essere opportunamente suddivise in frontiere d'aria libera e di terra solida.

### **I dati d'ingresso**

La particolare semplicità dei dati d'ingresso è una scelta specifica, volta a favorire l'uso pressoché immediato dello strumento informatico che dà vita all'analisi ed alla gestione delle topologie 3D. Pertanto una tabella di punti, provvisti delle loro coordinate spaziali, è seguita da due (o eventualmente tre) liste.

- ❑ Una prima lista contiene tutte le aree, non appartenenti a corpi (ad eccezione dei corpi liquidi che si è scelto di trattare come un insieme di aree chiuse, oppure aperte, se il corpo liquido raggiunge il contorno planimetrico dell'oggetto), definite tramite l'insieme dei loro punti di contorno.
- ❑ Una seconda lista, più complessa, contiene tutti i corpi, strutturati per facce della loro superficie esterna, a loro volta, definite tramite l'insieme dei loro punti di contorno.
- ❑ Un'eventuale terza lista contiene tutte le linee (aperte o chiuse), definite tramite l'insieme dei punti della spezzata da loro formata, dove ovviamente si ha una linea aperta, se l'ultimo punto è diverso dal primo ed una linea chiusa in caso contrario.

Si noti come implicitamente tutte le liste definiscano anche i lati fra due punti, di volta in volta, consecutivi. Si noti altresì come la numerazione di punti, linee, aree (comprese le facce<sup>1</sup>) e corpi debba essere univoca<sup>2</sup>, così da evitare false connessioni. In alternativa, se tale univocità viene a mancare, è possibile provvedere a dare una numerazione indipendente per ogni linea, per ogni area e per ogni corpo, ripetendo a fianco di ogni punto appartenente le sue coordinate spaziali. In tal modo, avendo preventivamente definito un certo intervallo spaziale di tolleranza per effettuare un confronto elementare fra le coordinate di punti, anche con nome diverso, un matching geometrico<sup>3</sup> dà loro un unico codice d'identificazione. Si badi tuttavia come questo modo di procedere sia operativamente più oneroso e molto meno robusto rispetto ad errori di falsa connessione. Basta infatti un qualsiasi errore grossolano, perché il matching avvenga fra punti errati.

### **Riduzione dei lati agli archi e delle aree (facce comprese) alle regioni**

I dati d'ingresso presentano una certa ridondanza d'informazione, in quanto, se ogni corpo è strutturato per facce ed ogni faccia, come ogni area ed ogni linea, è definita tramite l'insieme dei punti appartenenti, più facce sono giocoforza ripetute e, di conseguenza, più lati sono pure ripetuti. Eppure per il proseguimento e lo sviluppo ordinato dell'analisi e gestione di topologie 3D è conveniente ridurre tutti i lati ai soli archi di un grafo primario e tutte le aree (comprese le facce) ai soli archi duali di un grafo duale. Per la prima riduzione è sufficiente operare nel modo seguente:

- ❑ ordinare i punti di ogni lato in modo crescente (secondo il codice dei punti);

---

<sup>1</sup> Si noti come, a prescindere da successive analisi più sofisticate e di dettaglio, le facce dei corpi sono assimilate a tutte le aree non appartenenti ai corpi, perché comunque caratterizzate da un contorno definito dai punti estremi di ciascun lato del contorno stesso.

<sup>2</sup> Si osservi a riguardo come solitamente la numerazione possa di fatto essere una nomenclatura, in quanto talvolta esprime nomi toponomastici, altre volte numeri non necessariamente compatti (ed a partire da uno), forse scritti in cifre romane o specificati con apposizioni (lettere, altre specificazioni: bis, ter, ecc.). In questo caso, è strettamente indispensabile sostituire la numerazione alla nomenclatura, lasciandone traccia in una tavola di corrispondenza, per permettere una lettura intelligente dei risultati ottenuti.

<sup>3</sup> Un matching geometrico può essere realizzato in vari modi. In questo caso specifico si è scelto di ordinare in maniera crescente tutte e tre le coordinate, costruendo tre puntatori e tre puntatori rovesci, in corrispondenza delle coordinate ordinate. Ciascun puntatore elenca ordinatamente i punti, per coordinate crescenti, il puntatore rovescio fornisce per ogni coordinata di un punto il suo numero d'ordine. Ottenuti i puntatori ed i puntatori rovesci, e stabilito un intervallo di ricerca, è immediato costruire tre bande dove cadono tutti i punti aventi coordinate comprese nell'intervallo scelto. Sempre grazie ai puntatori ed ai puntatori rovesci, è altrettanto facile intersecare le tre bande così da ottenere un intorno cubico entro il quale tutte e tre le coordinate siano comprese nell'intervallo scelto.

- ❑ ordinare tutti i lati in modo crescente come somma dei codici dei punti;
- ❑ eliminare tutti i doppioni che si trovano così già raggruppati.

La seconda riduzione è più complessa, trattandosi di trovare sequenze simili fra loro, più o meno lunghe, di punti appartenenti<sup>4</sup>. Allora un modo di procedere può essere costituito dai seguenti passi:

- ❑ ogni sequenza di punti appartenenti ad un'area (comprese le facce) è ordinata in modo crescente (secondo il codice dei punti);
- ❑ a partire dalla seconda area, ogni area è accettata, se e solo se essa è diversa da tutte le precedenti, altrimenti eliminata.

Resta da osservare, come proprio l'ordinamento delle sequenze permetta di decidere della diversità o meno, dapprima verificando la corrispondenza fra i numeri totali di punti appartenenti e successivamente confrontando, punto a punto, la perfetta uguaglianza dei rispettivi codici. Al termine delle suddette riduzioni, è immediato l'ottenimento dei grafi primario (archi – nodi) e duale (archi duali cioè regioni – nodi duali cioè corpi).

Si definisce grafo primario un grafo dove sia naturale il passaggio da punti e lati a nodi ed archi, così come un qualsiasi reticolo, costituito da punti e lati, con immediatezza, ben evidenzia nodi ed archi. Si definisce altresì grafo duale un grafo dove non sia naturale la definizione di nodi ed archi. Ad esempio, facendo uso della nozione di dualità:

- ❑ un grafo duale nello spazio 2D può essere costruito a partire da aree e lati, trasformando le aree in nodi ed i lati in archi;
- ❑ analogamente, ma in modo più complesso, un grafo duale nello spazio 3D può essere costruito a partire da corpi e facce, trasformando i corpi in nodi e le facce in archi.

### **Tutte le tabelle delle topologie 3D**

Il grafo primario, costituito dall'elenco dei nodi per ogni lato, è un risultato immediato della riduzione dei lati agli archi; da esso si può ricavare:

- ❑ per trasposizione, il grafo primario trasposto nella forma di tabella di incidenza nodi – archi;
- ❑ per normalizzazione, il grafo primario normale nella forma di tabella di connessione nodi – nodi;
- ❑ sempre per normalizzazione (anche se questa procedura è solitamente poco usuale), il grafo primario normale “grande” nella forma di tabella di connessione archi – archi, operazione non eccessivamente complessa perché, avendo ogni arco solo un nodo iniziale ed uno finale, basta fare l'unione di tutti gli archi convergenti nei due nodi.

Dopodichè dalla riduzione delle aree e delle facce alle regioni è immediato ottenere la tabella di connessione incrociata regioni – lati del contorno, e conseguentemente la tabella derivata sempre di connessione incrociata regioni – nodi del contorno, in quanto, in ogni figura chiusa non – intrecciata il numero dei nodi del contorno coincide con il numero degli archi dello stesso contorno.

Da queste due tabelle (regioni – lati e regioni – nodi), è possibile ricavare:

- ❑ per trasposizione, due tabelle di connessione incrociata trasposta archi – regioni adiacenti (dove ciascun arco costituisce la costola di uno o più diedri) e nodi – regioni convergenti (dove ciascun nodo costituisce il vertice di uno o più angoloidi);

---

<sup>4</sup> In questo caso, il trucco della somma dei codici dei punti, in linea di principio sempre possibile, è praticamente escluso dal fatto che una somma troppo lunga eccede la limitata capacità di operare con una rappresentazione finita dei numeri interi (oltreché reali).

per normalizzazione, due tabelle di connessione superiore di primo livello regioni – regioni confinanti con un arco e regioni – regioni confinanti con un nodo.

Infine facendo uso diretto della lista contenente tutti i corpi, strutturati per facce della loro superficie esterna, a loro volta, definite tramite l'insieme dei loro punti di contorno ed implicitamente dei loro archi di contorno, è immediato ottenere il grafo duale trasposto corpi – regioni della loro superficie esterna e, in quanto a loro volta collegati, corpi – archi di contorno delle regioni e corpi – nodi di contorno delle regioni <sup>5</sup>.

Da queste tre tabelle (corpi – regioni, corpi – archi e corpi – nodi), è possibile ricavare:

- ❑ per trasposizione, tre grafi duali nella forma di una tabella di adiacenza regioni – corpi, di una tabella di incidenza archi – corpi e di una tabella di convergenza nodi – corpi;
- ❑ per normalizzazione, tre grafi duali normali nella forma di tre tabelle di connessione superiore di secondo livello corpi – corpi confinanti rispettivamente con una regione, con un arco e con un nodo.

La loro struttura permette di ottenere, in maniera diretta e sintetica, le informazioni inerenti la topologia degli elementi di base. Queste ultime tre tabelle, unite alle tabelle sopra elencate conducono alla realizzazione di una struttura dati relazionale, pertanto tutte le relazioni topologiche sono direttamente definite.

Si ricordi che la trasposizione di una struttura trasposta dà la struttura di partenza, essendo l'operazione di trasposizione notoriamente involutoria. Si noti poi come tutte queste operazioni richiedano, oltre alle operazioni già elencate, al più comuni operazioni di confronto ed intersezione di liste, nonché ove necessario di ordinamento (per scelta arbitraria, crescente) e compressione delle informazioni raccolte.

Si osservi altresì e maggiormente, dal punto di vista della qualità dell'informazione, come le elaborazioni del grafo primario diano solo uno schema wire – frame, come noto abbastanza povero ed ambiguo soprattutto nella definizione pieni – vuoti, mentre le elaborazioni della tabella di connessione incrociata e del grafo duale trasposto diano, come prodotto finale, le tabelle di connessione superiore di primo e secondo livello, capaci di fornire tutta la ricchezza delle topologie 3D, in modo compatto.

### **Seguire le linee ed accrescere le regioni**

Molte delle operazioni a seguire, pur nella complessa diversità, possono essere classificate come seguire le linee (piane o gobbe) ed accrescere le regioni (piane o spaziali). Per convenzione, si chiama oggetto l'insieme dei dati da sottoporre all'analisi ed alla gestione delle sue topologie 3D. Pertanto seguire le linee in un oggetto richiede:

- ❑ la costruzione di una struttura a livelli radicata nel punto di partenza della linea da seguire, individuando il livello nel quale si situa il punto d'arrivo della stessa linea;
- ❑ l'effettuazione all'indietro di un qualsiasi cammino connesso, a partire dal punto d'arrivo individuato, scegliendone uno specifico, se sono dati alcuni punti di passaggio.

---

<sup>5</sup> Per completezza, si ricorda la regola di Eulero: dato un qualsiasi solido semplicemente connesso, la somma del numero di facce più il numero di vertici, sottratto il numero di spigoli è sempre uguale a due:

$$F + V - S = 2$$

Detta regola è generalizzata dal teorema di Eulero – Jordan: dato un qualsiasi solido anche non – semplicemente connesso, la somma del numero di facce più il numero di vertici, sottratto il numero di spigoli è sempre uguale a due meno il doppio del numero di manici presenti:

$$F + V - S = 2 - 2M$$

Questa procedura permette di dare ordine ad un insieme selezionato di segmenti (archi) costituenti una linea, formando così un cammino connesso<sup>6</sup>. La procedura per accrescere una regione è invece più complessa<sup>7</sup> e richiede:

- ❑ l'individuazione certa di una regione (area o faccia) da utilizzare come punto d'emanazione (la suddetta operazione non è del tutto banale, quando si hanno oggetti concavi, non – stellati e multi – connessi);
- ❑ la selezione di punti emanati (aree o facce) connesse al punto d'emanazione cui trasferire la funzione di punti d'emanazione;
- ❑ la selezione di altri punti emanati (aree o facce connesse) ai nuovi punti d'emanazione cui trasferire, a loro volta, la funzione di punti d'emanazione;
- ❑ la verifica che nessun punto emanato oltrepassi eventuali frontiere piane (archi) o spaziali (regioni), predefinite nell'oggetto in esame, ed in caso affermativo l'eliminazione dei punti oltrepassanti individuati;
- ❑ la ripetizione degli ultimi due passi, finché si trovano nuovi punti emanati;
- ❑ oppure in alternativa, la ripetizione dell'intera procedura per ogni altra regione (area o faccia) non ancora individuata come punto d'emanazione, né mai raggiunta come punto emanato;
- ❑ l'arresto della procedura, quando tutti gli elementi possibili sono stati selezionati.

Questa procedura permette di raccogliere, da un insieme selezionato di aree o facce (regioni), una zona piana o spaziale, nel secondo caso, descrivendo la superficie esterna di un corpo.

#### **Un esempio: i monasteri ortodossi in Kosovo**

Il Kosovo è una piccola regione nell'area dei Balcani (di circa 10.000 km<sup>2</sup> e 2.000.000 di abitanti). La popolazione insediata è composta da serbi, croati, albanesi, turchi, zingari, ecc. le cui religioni prevalenti sono cristiana ortodossa e cattolica, e musulmana. La sua storia è parecchio tormentata passando dall'impero romano, a quello bizantino, dal regno di Serbia all'impero ottomano, dalla Jugoslavia al protettorato del Kosovo (ad opera dell'ONU). Il periodo serbo è particolarmente importante per lo sviluppo artistico, legato alla costruzione di chiese ed alla fondazione di monasteri della chiesa ortodossa, legati alla tradizione greco – ortodossa ed inseriti nella allora nascente cultura serba, propria di parte degli slavi del sud. Purtroppo tuttavia tra il 1998 ed il 2004, la guerra di secessione del Kosovo dalla Serbia ha prodotto gravissimi danni a questo patrimonio storico – artistico – culturale, anche sulla base di un odio assurdo delle popolazioni maggioritarie albanesi musulmane nei confronti delle genti minoritarie serbe ortodosse. I danni attuali sono così gravi che è difficile pensare ad una vera e propria ricostruzione, tuttavia un moderno GIS può permettere la ricostruzione virtuale delle chiese – monastero andate distrutte, collocando in esse le immagini dei preziosi dipinti, ivi conservati e purtroppo altrettanto distrutti. Quanto segue è una carrellata di immagini documentarie ed alcune tabelle di dati che permettono di strutturare in un GIS gli elementi costitutivi di una piccola chiesa, ugualmente andata distrutta. Le immagini (figure 1, 2 e 3) sono in sé evidenti e documentano tanto il valore della bellezza conservata, quanto l'entità della distruzione perpetrata. Le tabelle di dati si suddividono in primarie e derivate, mostrando le prime: punti, linee, facce / aree e corpi 3D, e le seconde: corpi 3D connessi confinanti con una faccia, una linea ed un punto. Altre tabelle intermedie, contenenti tutta l'informazione topologica, rappresentabile con un grafo spaziale, sono omesse per ovvi motivi di brevità.

---

<sup>6</sup> Si badi come una ricerca diretta di un punto d'arrivo, a partire da un punto iniziale, senza sapere dove il punto finale è situato, è destinata a fallire, perché una ricerca a caso, dove il gioco delle combinazioni cresce secondo le note regole del calcolo combinatorio.

<sup>7</sup> Tale procedura è assimilabile a tecniche di cluster analysis, con cluster non ben regolarmente formati ed elementi irregolarmente disposti. Allora la formazione dei cluster richiede di selezionare, per tentativi, uno o pochi elementi alla volta sui quali si sia ragionevolmente sicuri della loro appartenenza al cluster in formazione, facendo uso della tecnica cosiddetta Nearest Neighbor.



Fig. 1 – Affresco del monastero di Dečani.



Fig. 2 – Vista del monastero di Dečani.



Fig. 3 – La chiesa di Sveti Georgije prima e dopo il 2004.



Fig. 4 – La chiesa di Mušutište prima e dopo il 2004.

Nei limiti del presente lavoro, solo la piccola chiesa di Mušutište (fig. 4) è analizzata e ricostruita in modo virtuale. Attualmente infatti sono disponibili alcuni dati catastali georeferenziati e parecchie immagini delle strutture, all'esterno ed all'interno, compresi molti oggetti d'arte (fig. 5). Da questi, è possibile procedere alla strutturazione dei dati topologici e geometrici nelle entità di un GIS 3D, ponendo in relazione ad alcune sue caratteristiche morfologiche, le immagini degli oggetti d'arte, qualificandoli come attributi delle stesse.

#### **La ricostruzione virtuale della chiesa di Mušutište**

Come già detto in precedenza, le seguenti tabelle, riferite alla ricostruzione virtuale della chiesa di Mušutište, danno informazioni, primarie e derivate, mostrando rispettivamente i punti (con le loro coordinate), le linee (di connessioni tra punti dati), le facce / aree (racchiuse dalle linee indicate) e corpi 3D (formati da quelle facce), nonché tutti i corpi 3D connessi confinanti con un'area, una linea ed un punto. Resta da osservare la modularità spinta e la relativa facilità di una sua lettura, analisi ed interpretazione.



In particolare, la tabella 1 riporta l'elenco dei punti con le loro coordinate, la tabella 2 l'elenco delle aree di campagna circostanti la chiesa e la tabella 3 l'elenco dei corpi (basamento e chiesa vera e propria) in cui è stata suddivisa la chiesa di Mušutište.

Le tabelle 4 e 5 ricostruiscono il contorno planimetrico dell'oggetto e le superfici libere, appena circostanti. La chiesa di Mušutište è ricostruita nelle tabelle 6, 7, 8 e 9 che mostrano la connessione tra i due corpi, il contorno planimetrico dell'isolato (cioè dell'edificio) e le frontiere d'aria e di terra dell'edificio stesso.



Fig. 5 – Particolare dell'interno della chiesa di Mušutište.

### CHIESA DI MUŠUTIŠTE – INPUT

PUNTI CARATTERISTICI	COORDINATE		
	x	y	z
1	0.000	2.000	0.000
6	2.000	2.000	0.000
13	2.000	2.000	1.000
14	2.000	2.000	1.200
3	10.000	2.000	0.000
9	10.000	2.000	1.000
10	10.000	2.000	1.200
2	12.000	2.000	0.000
5	2.000	11.000	0.000
12	2.000	11.000	1.000
4	10.000	11.000	0.000
11	10.000	11.000	1.000
7	2.000	0.000	0.500
15	2.000	0.000	1.200
8	10.000	0.000	0.500
16	10.000	0.000	1.200
21	3.000	2.000	1.000
22	3.000	2.000	1.200
17	9.000	2.000	1.000
18	9.000	2.000	1.200

20	3.000	10.000	1.000
19	9.000	10.000	1.000
23	4.000	2.000	1.200
24	5.000	1.000	1.200
25	7.000	1.000	1.200
26	8.000	2.000	1.200
30	3.000	2.000	5.000
29	3.000	10.000	5.000
27	9.000	2.000	5.000
28	9.000	10.000	5.000
32	6.000	2.000	6.000
31	6.000	10.000	6.000
35	6.000	2.000	4.500
33	5.000	2.000	5.500
34	7.000	2.000	5.500
36	4.000	2.000	4.000
39	8.000	2.000	4.000
37	5.000	1.000	4.000
38	7.000	1.000	4.000
40	6.000	12.000	0.000

Tab. 1 – Punti caratteristici dell'oggetto.

AREE	PUNTI							
101	1	40	2	3	4	5	6	1
102	1	6	7	8	3	2	1	

Tab. 2 – Aree caratteristiche definite per punti.

CORPI	FACCE	PUNTI										
1000	1001	3	4	5	6	7	8	3				
	1002	4	11	12	5	4						
	1003	5	6	7	15	14	13	12	5			
	1004	4	3	8	16	10	9	11	4			
	1005	7	8	16	15	7						
	1006	17	19	20	21	17						
	1007	23	24	25	26	23						
	1008	13	14	22	21	13						
	1009	17	18	26	23	22	21	17				
	1010	9	10	18	17	9						
	1014	9	11	12	13	21	20	19	17	9		
1012	14	15	16	10	18	26	25	24	23	22	14	
2000	2001	17	19	20	21	17						
	2002	19	28	29	20	19						
	2003	20	21	22	30	29	20					
	2004	17	18	27	28	19	17					
	2005	28	31	29	28							
	2006	29	30	32	31	29						
	2007	27	28	31	32	27						
	2008	27	32	30	27							
	2009	27	30	22	23	36	33	34	39	26	18	27
	2010	33	36	35	39	34	33					
	2011	35	36	37	35							
	2012	35	37	38	35							
	2013	35	38	39	35							
	2014	23	24	37	36	23						
	2015	24	25	38	37	24						
	2016	25	26	39	38	25						
	2017	23	24	25	26	23						
2019	17	18	26	23	22	21	17					

Tab. 3 – Corpi caratteristici definiti per facce a loro volta definite per punti.

**CHIESA DI MUŠUTIŠTE – OUTPUT**

PUNTI DEL CONTORNO PLANIMETRICO			
1	40	2	1

Tab. 4 – Definizione del contorno planimetrico per punti.

SUPERFICI LIBERE	QUALIFICAZIONE	N. AREE	AREE APPARTENENTI	
1	1	2	101	102

Tab. 5 – Ricostruzione del Piano Campagna (1), dei Cortili (2), delle Terrazze (3).



La pianta di fig. 6 mostra il contorno planimetrico dell'area interessata, le aree di campagna circostanti la chiesa ed il contorno planimetrico del corpo di base. L'assonometria di fig. 7 mostra i due corpi separati (maggiori dettagli sono forniti, in fig. 8, con l'indicazione delle facce dei due corpi) e l'assonometria di fig. 9 mostra i due corpi sovrapposti. La fig. 10 illustra un'assonometria parziale dell'interno della chiesa, dove è inserita, nella sua parte absidale, l'immagine dei dipinti presenti.

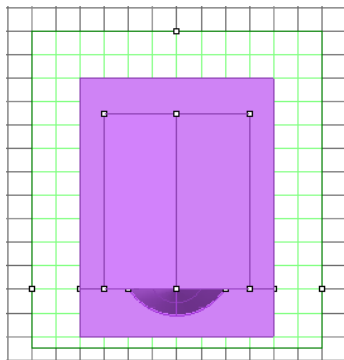


Fig. 6 – Contorno planimetrico dell'oggetto <sup>8</sup>

CORPI	N. CORPI N. REGIONI	CORPI CONFINANTI CON UNA REGIONE		
		REGIONI COMUNI FRA CORPI		
1000	3	2000	2000	2000
	3	2001	2017	2019
2000	3	1000	1000	1000
	3	1006	1007	1009

Tab. 6 – I 2 Corpi caratteristici collegati tra loro tramite facce <sup>9</sup>

ISOLATI	CORPI D'APPARTENENZA	N. PUNTI	PUNTI APPARTENENTI						
			1	2	3	4	5	6	1
1	1	7	1	2	3	4	5	6	1
			3	4	5	6	7	8	3

Tab. 7 – Contorno planimetrico dei corpi.

CORPI	N. FACCE	FACCE APPARTENENTI																						
		1002	1003	1004	1005	1008	1010	1014	1012	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
1	23																							

Tab. 8 – Frontiera d'aria.

CORPI	N. FACCE	FACCE APPARTENENTI
		1001
1	1	1001

Tab. 9 – Frontiera di terra

<sup>8</sup> In verde sono riportati gli archi connessi, a formare il contorno planimetrico dell'area interessata dall'oggetto in esame, e le aree di campagna circostanti; in viola il contorno planimetrico del corpo di base.

<sup>9</sup> Le facce 1006, 1007 e 1009 sono rispettivamente coincidenti con le facce 2001, 2017 e 2019.

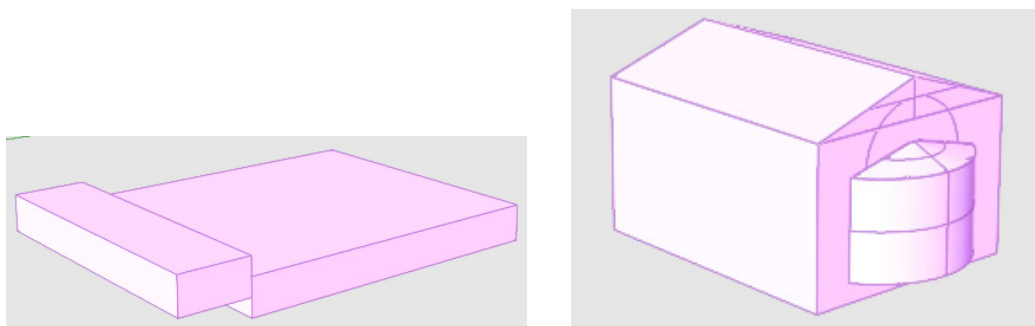


Fig. 7 – Assonometria del corpi 1000 e 2000.

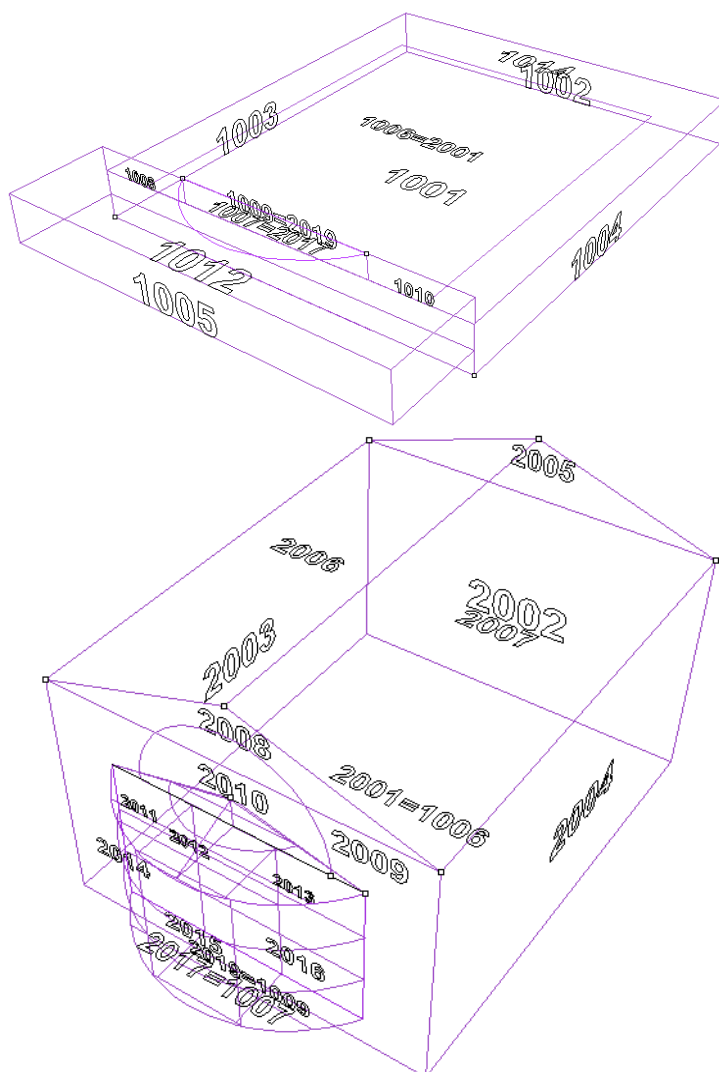
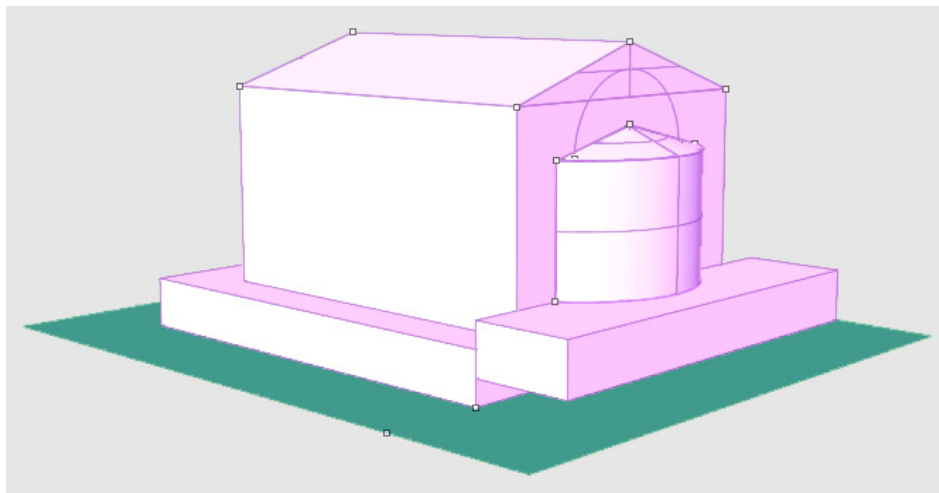
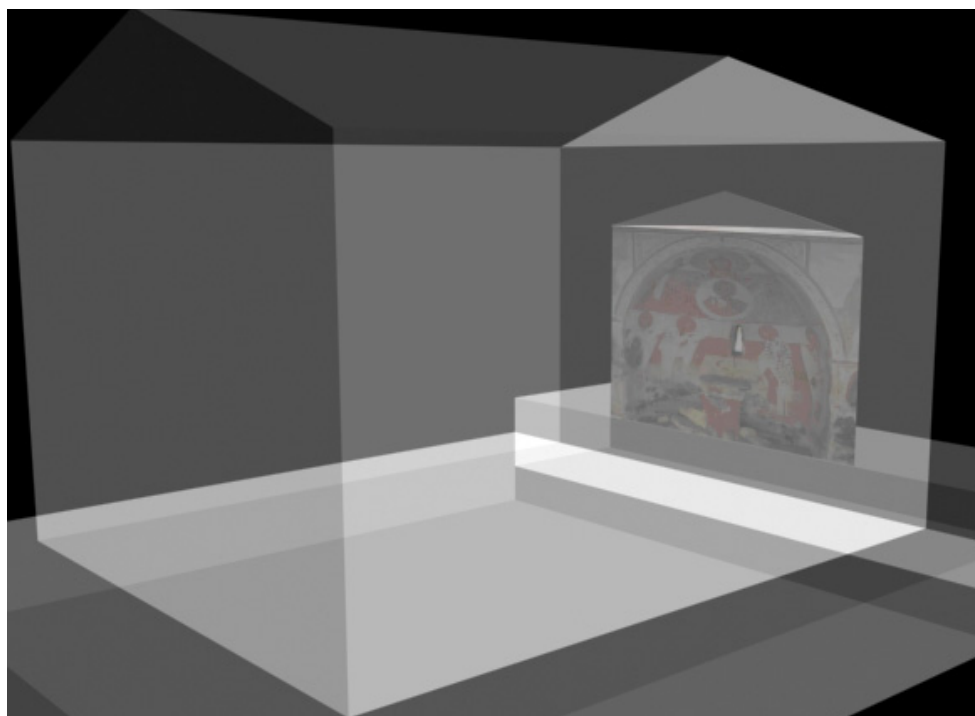


Fig. 8 – Assonometria del corpo 1000 e 2000 con in evidenza il nome delle facce.



*Fig. 9 – Assonometria dei due corpi sovrapposti.*



*Fig. 10 – Particolare dell'interno della chiesa.*

L'ultima immagine, benché possa essere largamente migliorabile la resa iconografica dal punto di vista grafico, vuole essere un'indicazione per una ricostruzione della chiesa di Mušutište, quantomeno virtuale, mostrando come i beni culturali siano un importante patrimonio dell'umanità.

### **Ringraziamenti**

Gli autori ringraziano l'arch. Fiorella Gaudio per il prezioso contributo dato nell'uso di sofisticate tecnologie della grafica informatizzata, al fine di visualizzare i risultati numerici ottenuti.

### **Bibliografia**

1. Bartelme N. (1996): Data structures and data models in GIS. In: Data Acquisition and analysis for multimedia GIS, Springer, NewYork.
2. Blachut T.J., Chrzanowsky A., Saastamoinen J.H. (1979): Urban Surveying and Mapping. Springer, New York.
3. Egenhofer M. J., Mark D. M. (1995): Naive Geography, COSIT, XXX.
4. Laurini R., Thompson D. (1996): Fundamentals of Spatial Information Systems, Academic Press, London.
5. Li D. (1996): Three Dimensional GIS and Geoinformatics. IntArchPRS, Wuhan Technical University of Survey and Mapping (China).
6. Maguire D.J. (1991): An Overview and Definition of GIS: Geographical Information Systems. Longman, London.
7. Moolenaar M., De Hoop S. (1994): Advanced geographic modelling – Spatial data modelling and query languages for 2D and 3D application, Delft.
8. Mortenson M. E. (1997): Geometric Modelling. John Wiley and Sons Inc., New York.
9. Preparata F. P., Shamos M. I. (1985): Computational Geometry, an Introduction, Springer, New York.
10. Richardus P., Adler R.K. (1972): Map Projections. North-Holland Publishing Company, Amsterdam.
11. Thurston W. (1997): Three-dimensional Geometry and Topology. Princeton University Press, Princeton
12. Weeks J. (1985): The Shape of Space, Dekker, New York.