

Elaborazione d'immagini e visione automatica

Ilaria Carminati, Valentina Dante, Luigi Mussio

(*) DIAR Politecnico di Milano – Piazza L. da Vinci 32, 20133 Milano – Tel. 02 2399 6501, Fax 02 2399 6602
e-mail ili.carm@virgilio.it – valentina.dante@gmail.com – luigi.mussio@polimi.it

Riassunto

La ricerca dell'intelligenza artificiale tenta di stabilire insiemi di regole per insegnare la flessibilità a macchine non-flessibili. Tuttavia, esistono anche regole che cambiano se stesse. La spiegazione dei fenomeni che nascono nel cervello (idee, speranze, immagini, analogie, infine coscienza e libero arbitrio) è basata su un qualche tipo di strano anello: esiste infatti un'interazione tra livelli, in cui ogni decisione influenza le altre e contemporaneamente ne subisce gli effetti. Se i simboli possono influenzare la decisione presa, nel caso dell'intelligenza artificiale il programma sembra avvicinarsi all'essenza della scelta, pur essendo pienamente determinato da leggi fisiche. L'attivazione delle entità simboliche rinvia ai loro significati, stabilendo la connessione arbitraria, ma definitiva tra significante e significato: molto simile al comportamento di un essere umano di fronte a un dilemma complicato.

Abstract

Looking for artificial intelligence means defining groups of rules to teach non-flexible machines to be flexible. Unfortunately, there are rules changing themselves. An explanation to phenomena born within the brain (ideas, hopes, imagines, analogies, even conscience and free choice) could be referred to a kind of ring: there is a level integration, in which every decision influences the others while bearing their effects. When symbols can influence a decision taken, for artificial intelligence it seems that the software is very close to the essence of choice, even being tied by physical laws. Symbolical entities activate significance, establishing an arbitrary but definite connection between meaning and mean: and this is very similar to the behavior of a human being before a complicated problem.

Il sistema complesso della conoscenza

Per descrivere l'elaborazione e l'interpretazione di immagini, ai livelli più alti, si avvicina il comportamento delle macchine a quello della mente umana: si offre l'occasione per affrontare un confronto critico. In effetti, fin dall'origine, l'intelligenza artificiale e l'ingegneria della conoscenza hanno l'ambizione di confrontarsi con il cervello e la mente umana: anzi, proprio "cervello elettronico" è una delle dizioni italiane di calcolatore. La distinzione tra intelligenza artificiale e ingegneria della conoscenza, e in particolare il superamento della prima definizione a vantaggio della seconda, derivano dal dibattito tra cognitivisti e informatici, per il riconoscimento di limitazioni e problemi aperti.

Ovviamente, non tutti i problemi sono risolti, né forse possono essere risolti; d'altra parte, ci sono errori anche nelle elaborazioni e nelle interpretazioni della mente umana.

Pertanto, l'interesse principale si concentra nello studio dei meccanicismi che permettono, per esempio, la visione, il riconoscimento e l'interpretazione delle immagini. Visione e riconoscimento sono in effetti analisi sempre più complesse, propedeutiche all'elaborazione, presenti anche in molti animali, mentre il terzo passo è l'interpretazione propriamente detta (ed è presente, oltre che negli uomini, in pochi animali: primati, pappagalli (forse corvidi), equini, elefanti e delfini). Sia il *matching* relazionale

sia l'estrazione di caratteristiche morfologiche (*feature extraction*) sono esempi di questa possibilità: non sono gli unici; anche il riconoscimento del linguaggio, la lettura di testi, la traduzione simultanea sono esempi significativi, tuttavia rimangono estranei al contesto di questo lavoro. Ancora con riferimento ad argomenti specifici, il situarsi ai livelli alti dell'elaborazione e dell'interpretazione è dovuto alla complessità della loro formalizzazione, composta da modelli matematici che riproducono modelli fisici, prenoscenze e probabilmente archetipi: sono coinvolti livelli biologici e anche aspetti sociali e culturali (anche di lungo periodo).

In questo contesto, offrono il loro contributo la teoria della cibernetica (da cui derivano le discipline dell'intelligenza artificiale e dell'ingegneria della conoscenza) e la psicologia delle forme (definita nell'ambito del movimento culturale tedesco *Gestalt*). In particolare, la teoria offre lo studio di sette proprietà invarianti (sette come le simmetrie lineari), presenti nella realtà e nelle sue rappresentazioni: prossimità, omogeneità, chiusura, continuità, movimento, armonia e semplicità (anche se l'ultima proprietà è enunciata solo tardivamente, né è ben formalizzata da questo movimento).

Due immagini di Maurits Cornelis Escher (Leeuwarden, 1898 – Laren, 1972), *Stelle* (Fig. 1) e *Metamorfosi* (Fig. 2), illustrano la complessità della ricerca necessaria: il gioco incrociato tra gli spazi 2D e 3D (ottenuto combinando solidi regolari convessi e concavi, con le loro proiezioni) e l'alternativa ambigua tra figure e sfondo, associata all'alternativa tematica (come nella *Commedia dantesca*, con la contrapposizione tra angeli bianchi e demoni neri) mostrano il senso della complessità. Durante il processo di comprensione, si mostra la presenza di strani anelli, che mettono in comunicazione livelli differenti, con azioni di interazione e retroazione.

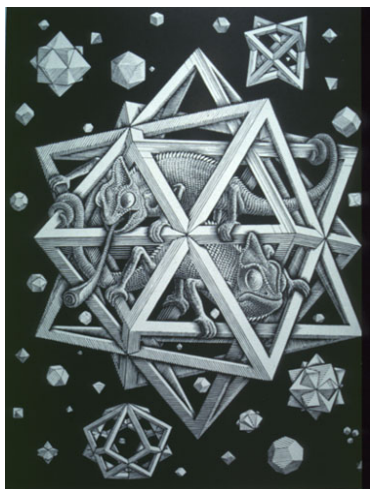


Fig. 1 – M.C. Escher, *Stelle*, 1948.



Fig. 2 – M.C. Escher, *Metamorfosi*, 1968.

Allora il problema della conoscenza, inteso come l'assegnazione di significato e senso ai messaggi comunicati (sia visivi, sia sonori, sia gestuali), travalica l'attuale dibattito tra intelligenza artificiale, ingegneria della conoscenza e psicologia delle forme: in effetti, nasce già nel mondo antico, con il mito platonico della caverna o l'immagine plastica aristotelica della tabula rasa. Dopodiché, il problema della conoscenza attraversa tutta la filosofia moderna, dalla scolastica medioevale, fino alla sintesi kantiana. Infine, la filosofia contemporanea si divide tra componenti continentali, perse in astrattismi, e componenti analitiche, capaci di rivedere logiche consolidate, innovandole alla luce delle scoperte scientifiche più recenti.

I principi della *Gestalt*

Storicamente, il concetto di percezione olistica nasce dalle ricerche di una scuola di pensiero, fondata in Germania, contrapposta alla corrente dello strutturalismo, già dominante in psicologia. Gli strutturalisti cercano di identificare gli elementi costitutivi dell'esperienza sensoriale e ritengono che qualsiasi forma di percezione sia interpretabile come una combinazione delle sue componenti.

Viceversa, i gestaltisti concepiscono la percezione in modo completamente differente: non discende dalla combinazione di elementi distinti, ma è la risposta istantanea a schemi complessi, colti nel loro insieme. In effetti, l'oggetto intero non è percepito come somma delle sue parti costituenti, ma come una struttura completa e autonoma. Pertanto seppure composto di parti diverse, l'oggetto è percepito come l'organizzazione specifica e reciproca delle sue parti. L'informazione risiede nell'organizzazione (figura 3): *Gestalt* significa configurazione e, secondo i suoi fautori, l'unità fondamentale per lo studio della percezione sta nella struttura dello stimolo sensoriale e non nei singoli elementi.

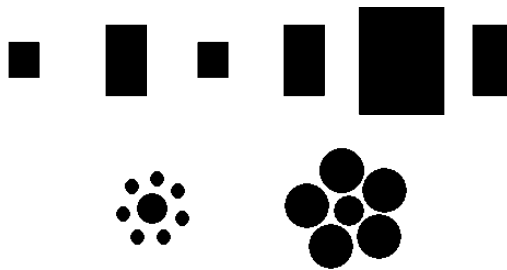


Figura 3 – L'importanza del contesto: tre rettangoli e le due circonferenze centrali sono identici.

Il sistema nervoso è predisposto per raccogliere gli elementi costitutivi degli stimoli sensoriali, impiegando meccanismi innati e regole fondamentali (definite come principi di organizzazione percettiva): l'organizzazione percettiva è enunciata dai gestaltisti con il principio di pregnanza, che riassume in tre fasi l'evoluzione del percorso teorico del fenomeno di visione umana:

- ❑ il fondamento è la capacità di procedere dall'analisi di un insieme al discernimento delle sue parti;
- ❑ di fronte ad alternative, ogni individuo sceglie l'interpretazione più semplice;
- ❑ la misura della significatività di un raggruppamento è legata al grado di non - accidentalità della struttura.

Secondo la teoria della Gestalt, esistono sei fattori principali che determinano il raggruppamento degli oggetti nella percezione visuale.

Prossimità: gli elementi vicini tendono a essere percepiti come un gruppo, mentre elementi distanti sono in genere associati a oggetti differenti, perché il raggruppamento percettivo è favorito dalla vicinanza reciproca tra le parti. Questo principio permette la distinzione di gruppi di oggetti in un vasto insieme (figura 4: si visualizza tre insiemi di punti, non 36 elementi identici).



Figura 4 – Esempio: principio di prossimità.

Omogeneità: a parità di tutte le altre condizioni, gli elementi che sono simili in base a forma, dimensione, colore o direzione tendono a formare un'unità nel campo. Questo principio aiuta a distinguere due oggetti adiacenti o sovrapposti, in base alle differenze di tessitura (figura 5).



Figura 5 – Esempio: principio di omogeneità.

Chiusura: si tende a percepire le forme delimitate da un margine continuo, ignorando eventuali interruzioni. L'occhio cerca di completare gli spazi vuoti e le forme non chiuse nelle immagini, anche quando l'informazione è mancante (figura 6).



Figura 6 – Esempio: principio di chiusura.

Continuità di direzione: si tende a raggrupparne i segmenti in modo da formare linee il più possibile continue, con il minimo cambiamento di direzione, perché l'organizzazione percettiva influenza lo sguardo a proseguire lungo e oltre una curva. Questo principio permette di decidere a quale oggetto appartiene una certa linea, nel caso in cui più oggetti si sovrappongano (figura 7: si vedono due linee continue a-b e c-d, anziché quattro segmenti brevi o due spezzate).

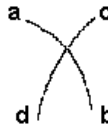


Figura 7 – Esempio: principio di continuità.

Movimento comune: quando gli elementi dello stimolo si muovono nella stessa direzione, con una medesima velocità, si tende a percepirli come un'unica entità. Questo principio aiuta a distinguere un oggetto in movimento dallo sfondo (figura 8).

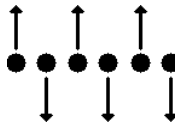


Figura 8 – Esempio: principio del movimento comune.

Armonia di forma (familiarità): il sistema percettivo tende a elaborare produzioni percettive semplici, ordinate, simmetriche e regolari. Questo principio comprende regole complesse per organizzare gli stimoli (figura 9: l'oggetto è percepito come sovrapposizione di due figure).



Figura 9 – Esempio: principio dell'armonia di forma.

Nel 1958, è stato aggiunto un settimo principio generale di semplicità (*minimum principle*), formulato da Julian E. Hochberg: la risposta percettiva a uno stimolo richiede la minima quantità di informazione necessaria alla sua descrizione. Per esempio, nella descrizione di punti allineati, la minima ridondanza si ottiene parametrizzando una retta, anziché elencando le coordinate dei punti. Purtroppo, però, il principio di semplicità non è stato compiutamente definito dai gestaltisti: il movimento filosofico non specifica come effettuare una descrizione; inoltre, la valutazione del grado di semplicità dipende sempre dal linguaggio scelto e dall'approssimazione necessaria per descrivere l'oggetto. L'idea di semplicità (essenzialità) si collega al principio di minima lunghezza di codifica nella trasmissione dei dati, formulata dalla teoria dell'informazione nello stesso periodo storico.

Oltre a formulare i principi dell'organizzazione percettiva, gli psicologi della Gestalt notano la tendenza automatica a distinguere in qualsiasi scena:

- la figura, identificata come l'oggetto che attrae l'attenzione;
- lo sfondo, come il campo su cui la figura risalta.

La lettura dell'immagine è permessa proprio dalla distinzione tra figura e sfondo (figura 10), che non è arbitraria, ma dipende dalle peculiarità dello stimolo visivo: a parità di condizioni, si percepisce come sfondo la forma che circonda l'altra.



Figura 10 – Esempio: figura e sfondo.

Tuttavia, quando gli indizi presenti nella scena sono scarsi oppure ambigui, può essere complesso stabilire a quale forma attribuire il significato di figura e a quale associare lo di sfondo, perché l'organizzazione da assegnare non appare chiaramente determinata. Il fenomeno è illustrato dalle cosiddette “figure reversibili” (figura 11): dato che la stessa porzione di scena non può essere percepita simultaneamente come sfondo e come figura, si percepisce l'oggetto alternativamente in una forma, oppure in un'altra.

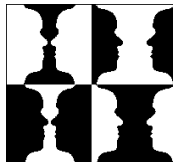


Figura 11 – Esempio: figura reversibile.

Le illusioni percettive derivano dal contesto in cui compaiono gli elementi illusori e possono essere spiegate con l'intervento di un processo top – down. Talvolta, è il contesto a influenzare le caratteristiche percepite di un oggetto; altre volte, il contesto spinge la mente a vedere qualcosa che nello stimolo non è presente (figura 12).

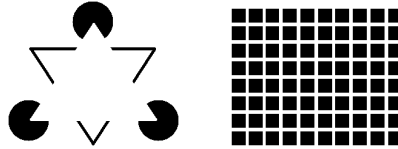


Figura 12 – Esempi: contorno illusorio (triangolo di Kanizsa) e una griglia.

Limitazioni e problemi aperti

La realtà, l'analisi, l'interpretazione e la rappresentazione sono raramente fenomeni statisticamente lineari e normali; viceversa, sono spesso fenomeni altamente non lineari e qualsivoglia distribuiti. Esempi parossistici sono mostrati dalle costruzioni impossibili nei disegni di Escher *Cascata* (figura 13) e *Salita e discesa* (figura 14), dove la forzatura fantastica della struttura introduce la presentazione del fenomeno dello “strano anello”: la gerarchia aggrovigliata forza lo spettatore al punto di partenza, dopo un percorso lungo i gradini di un sistema lineare. Esistono esempi di strani anelli in molte discipline: in musica, con riferimento ad alcune composizioni di Bach (*Offerta musicale*), e nelle arti figurative, per esempio con le litografie di Escher (*Mani che disegnano*, *Galleria di stampe*).

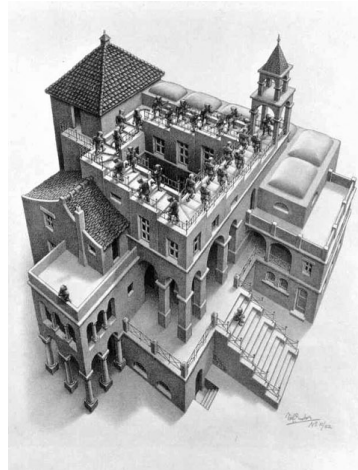


Figura 13 – M. C. Escher, *Cascata*, 1961. Figura 14 – M. C. Escher, *Salita e discesa*, 1960.

Nella prima metà del secolo scorso, il matematico austro – boemo Gödel trova un equivalente matematico: la sua scoperta traduce l'antico paradosso filosofico di Epimenide (il “paradosso del mentitore”: *questo enunciato è falso*). Si tratta di un enunciato che viola l'assunzione che vuole gli enunciati suddivisi in veri e falsi. Se si prova a pensare che sia vero, subito si rovescia, forzando a pensare che sia falso. Tuttavia, se si decide che è falso, si ritorna all'idea che sia vero. In analogia, Gödel usa il ragionamento matematico per esplorare il linguaggio matematico stesso: questa idea di rendere introspettiva la matematica si rivela potente con il teorema d'incompletezza (Gödel, 1931).

L'enunciato afferma che tutte le assiomaticizzazioni coerenti con l'aritmetica contengono proposizioni indecidibili: in sostanza, gli enunciati matematici sono autoreferenziali.

Negli stessi anni, la teoria della calcolabilità si sviluppa notevolmente, a stretto contatto con la matematica. Il teorema di Gödel ha un'equivalente nella teoria della calcolabilità, scoperta da Turing, che rivela l'esistenza di buchi inevitabili anche in calcolatori potenti. Nello stesso periodo, si cominciano a costruire calcolatori reali con capacità e caratteristiche di notevole potenza. All'inizio degli Anni Cinquanta, l'intelligenza artificiale sembra a portata di mano, eppure a ogni ostacolo superato compare un nuovo vincolo che impedisce l'effettiva creazione di una macchina pensante. Forse non ha senso pensare a un confine netto tra comportamenti intelligenti e non-intelligenti, perché sono caratteristiche essenziali dell'intelligenza:

- reagire alle varie situazioni in modo flessibile, traendo vantaggio da circostanze fortuite;
- ricavare senso da messaggi ambigui e contraddittori;
- riconoscere l'importanza relativa dei diversi elementi di una situazione;
- trovare somiglianze tra situazioni diverse, nonostante le differenze riscontrate;
- notare distinzioni tra situazioni diverse, nonostante le somiglianze occasionali;
- sintetizzare nuovi concetti, prendendo concetti vecchi e collegandoli in modi nuovi;
- produrre idee nuove.

I calcolatori, per loro intrinseca natura, sono esseri rigidi, privi di desideri, ubbidienti e, per quanto veloci, rappresentano l'essenza dell'inconsapevolezza: un apparente paradosso suggerisce la domanda "come può essere programmato un comportamento intelligente in una macchina?". La ricerca dell'intelligenza artificiale dipende dal fatto che si cerca di stabilire, in rigidi formalismi, lunghi insiemi di regole per dire a macchine non-flessibili come essere flessibili. Devono esistere norme a diversi livelli: regole semplici, poi metaregole per modificare le precedenti e poi ancora meta-metaregole per modificare le metaregole, e così via. Al centro dell'intelligenza, esistono strani anelli, ovvero regole che cambiano se stesse, direttamente o indirettamente. Il problema della coscienza e volontà di una macchina, si basa sull'assunto (sbagliato) che una macchina non possa far niente, se non esiste una regola per farlo. In realtà, la macchina aggira questo problema: come l'uomo, è fatta al livello più basso di qualcosa che funziona da solo, seguendo le leggi della fisica. In ogni sistema, esiste sempre qualche livello protetto, inattaccabile dalle regole degli altri livelli, a prescindere da quanto aggrovigliata possa essere la relazione reciproca tra le regole.

La mente e i pensieri umani attivano simboli che ne attivano altri, creando interazioni: i simboli inducono cambiamenti su altri segnali, come i programmi agiscono su altri software, creando l'illusione che non esista un livello inviolabile, a causa della gerarchia aggrovigliata. In uno schema, i simboli sono rappresentati come una grande foresta di elementi, legati uno all'altro. Al di sotto nello schema, la figurazione dei neuroni (in corrispondenza dell'hardware) costituisce il substrato inviolabile. Il solo groviglio dei simboli è già una gerarchia aggrovigliata: una gerarchia aggrovigliata nasce quando i livelli gerarchici s'intrecciano, in un modo che viola i principi gerarchici. Il linguaggio crea strani anelli, quando indirizza se stesso: in questo caso, qualcosa dentro il sistema esce dal sistema e agisce sul sistema, da fuori. Il timore è di incorrere in un errore topologico, perché la distinzione esterno – interno è sfocata, come nell'anello di Moebius (figura 15) o nella bottiglia di Klein (figura 16): la mente umana usa immagini spaziali, anche di idee astratte, dotandole di una sorta di topologia mentale.



Figura 15 – Anello di Moebius.



Figura 16 – Bottiglia di Klein.

La spiegazione dei fenomeni che nascono nel cervello (idee, speranze, immagini, analogie, infine coscienza e libero arbitrio) è basata su un qualche tipo di strano anello: esiste infatti un'interazione tra livelli in cui ogni decisione influenza le altre e contemporaneamente subisce gli effetti delle altre scelte. Tale spiegazione mostra fenomeni di risonanza tra i livelli, in un processo quasi iterativo: si tratta di una spiegazione riduzionistica della mente, perché contiene solo concetti non rigidi, come livello, corrispondenza e significato.

Il problema diventa dunque la traduzione di una spiegazione riduzionistica in un linguaggio olistico, perché la mente possa capirlo. Questo atto di traduzione dagli stati fisici di basso livello agli stati psichici di alto livello è analogo alla traduzione di enunciati aritmetici in enunciati meta-matematici. Per trattare il sistema cervello - mente in tutta la sua ricchezza, si dovrebbe scivolare tra i livelli, attraverso la conoscenza dei processi di influenza. In effetti, ci sarebbero almeno due tipi di causalità: quelle fisica e quella di traduzione a un livello diverso, perché in una gerarchia aggrovigliata occorrono cause capaci di propagarsi verso l'alto e verso il basso.

Nei linguaggi usati per trattare di questi problemi, una frattura divide il linguaggio soggettivo e quello oggettivo, forse senza possibilità di conciliazione. La medesima inconciliabilità si riscontra, per esempio, in *Mani che disegnano* di Escher (figura 17): dall'interno del sistema, le mani si disegnano a vicenda, mentre dall'esterno, Escher disegna il tutto. La sensazione soggettiva proviene dal vortice della percezione di sé, mentre la realtà oggettiva è la rappresentazione dal sistema, anche se non c'è osservatore che possa indietreggiare abbastanza per vedere il quadro complessivo.

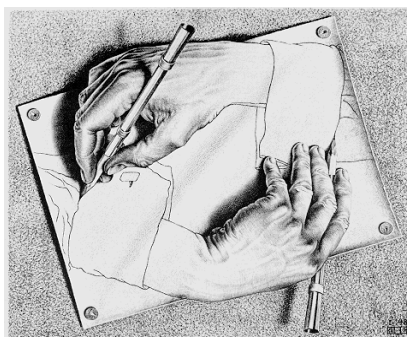


Figura 17 – M. C. Escher, *Mani che disegnano*, 1948.

Inoltre occorre ricordare che solo la legge fisica fa avvenire ogni cosa, anche se quel livello è troppo profondo, per essere raggiunto dai livelli più alti. Un'altra illustrazione di una gerarchia aggrovigliata, è data sempre da Escher in *Galleria di stampe* (figura 18). Si vede una galleria in cui un giovane, in piedi, guarda un quadro che raffigura una nave nel porto di una città. Su un tetto, sta seduto un ragazzo e, due piani sotto, una donna è affacciata alla finestra di un appartamento, proprio sopra una galleria in cui un giovane, in piedi, guarda un quadro che raffigura la stessa scena, ritornando al livello di partenza. Ci sono tre tipi di relazioni di "posizione":

- la galleria è fisicamente nella cittadina (inclusione);
- la cittadina è artisticamente nel quadro (figurazione);
- e infine il quadro è mentalmente nella persona (rappresentazione).

Eliminando il livello della cittadina, resta uno strano anello a due componenti, come già mostrato in *Mani che disegnano*. D'altra parte, le cesure sono ancora arbitrarie, anche se sembrano naturali per la mente umana.



Figura 18 – M. C. Escher, *Galleria di stampe*, 1956.

Uno strano anello ricorda il paradosso di Epimenide, con il suo auto-riferimento, mentre due anelli aggrovigliati somigliano alla coppia di enunciati, ciascuno dei quali si riferisce all'altro. Non si può restringere ulteriormente il ciclo, ma viceversa è possibile ampliarlo, inserendo livelli intermedi. In ogni caso, chi osserva non è risucchiato in se stesso, per il fatto che stia a guardare. Infatti riesce a sfuggire a quel vortice, perché è fuori del sistema; inoltre quando guarda il quadro, vede cose che il giovane certamente non può vedere, come la firma di Escher, nella macchia centrale. Sebbene la macchia somigli ad un difetto, forse il difetto risiede nelle aspettative di chi guarda, perché Escher non avrebbe mai potuto completare quella parte di quadro, senza essere incoerente rispetto alle regole secondo le quali lo stava dipingendo. Quel centro del vortice è e deve essere incompleto e costituisce una parabola pittorica al teorema di incompletezza di Gödel. Escher avrebbe potuto renderlo arbitrariamente piccolo, ma non avrebbe mai potuto liberarsene. Pertanto dall'esterno, si può sapere che *Galleria di stampe* è essenzialmente incompleta, mentre il giovane, dall'interno, non lo potrà mai sapere.

Di conseguenza, poiché tutti i simboli sono entità di alto livello, dotati di significato, anche coscienza e libero arbitrio sono il risultato di un'interazione fra il simbolo del sé e altri simboli del cervello ed esistono, quando si può affermare che un sistema compia scelte (D. G. Hofstadter, 1979). Alcuni esempi sono:

- una pallina che rotola su una collina sassosa;
- il calcolo di alcune cifre dell'approssimazione decimale di un numero irrazionale;
- un programma che gioca (discretamente) a scacchi;

- un robot in un labirinto piano (e non troppo complesso);
- un essere umano di fronte ad un dilemma complicato.

La pallina non compie scelte, anche se è difficile prevedere il suo percorso e anche il calcolo si comporta analogamente: tuttavia, la perfetta riproducibilità dell'esperimento aumenta la sensazione di determinismo, anche se l'aleatorietà dei percorsi dipende dall'impossibilità pratica di riprodurre le condizioni di partenza.

Per quanto riguarda il programma degli scacchi, i più banali ripetono sempre la stessa partita, date identiche mosse dell'avversario, mentre i più evoluti possono imparare dagli errori.

Ancora, un robot può compiere movimenti determinati, secondo una regola prefissata, oppure in un certo modo apprendere: tuttavia, la mancanza della coscienza di sé differenzia l'apprendimento automatico dal rotolamento della pallina e dallo svolgimento del calcolo.

Se la mente (umana o artificiale) non influenza l'esito degli avvenimenti, non ha importanza la presenza di simboli e significati. Viceversa, se i simboli possono influenzare la decisione presa, nel caso dell'intelligenza artificiale il programma sembra avvicinarsi molto all'essenza della scelta, pur girando pienamente determinato da leggi fisiche). Quando il concetto aggregato del sé entra in gioco, ad un alto livello, si può osservare l'impiego di simboli, per fare un modello di una data situazione e/o per influenzare una certa decisione. L'attivazione delle entità simboliche rinvia ai loro significati, stabilendo così la connessione arbitraria, ma definitiva significante – significato, e tutto ciò diventa molto simile a come si comporta un essere umano, di fronte a un dilemma complicato.

Oggi, molte strade sono aperte, offerte al cammino della mente umana, dell'intelligenza artificiale e dell'ingegneria della conoscenza: tuttavia, il momento della soluzione automatica di ogni problema è ancora lontano, né è scontata la sua esistenza.

Bibliografia di riferimento

1. Abbagnano N. (1971): *Dizionario di Filosofia*. UTET, Torino.
2. Castelfranchi Y., Stock O. (2000): *Macchine come noi. La scommessa dell'Intelligenza Artificiale*. Laterza, Roma-Bari.
3. Casti J. L., De Pauli W. (2001): *Gödel – L'eccentrica vita di un genio*. R. Cortina Ed., Milano.
4. Eco U. (1997): *Kant e l'ornitorinco*. Bompiani, Milano.
5. Frege G. (1973): *La struttura logica del linguaggio*. Bompiani, Milano.
6. Hebb D. O. (1980): *Mente e pensiero*. Il Mulino, Bologna.
7. Hofstadter D. R. (1984): *Gödel, Escher, Bach: un'eterna ghirlanda brillante*. Adelphi, Milano.
8. Hofstadter D. R. (1996): *Concetti fluidi ed analogie creative*. Adelphi, Milano.
9. Lolli G. (1992): *Incompletezza: saggio su Kurt Gödel*. Il Mulino, Bologna.
10. Marconi D. (2001): *Filosofia e scienza cognitiva*. Laterza, Bari.
11. Minsky M. (1990): *La società della mente*. Adelphi, Milano.
12. Stoichita V. (2000): *Breve storia dell'ombra*. Il Saggiatore, Milano.
13. Tamburini G. (2002): *I matematici e le macchine intelligenti*. Paravia Bruno Mondadori, Milano.
14. Turing A.M. (1965): *Intelligenza meccanica*. Bollati Boringhieri, Torino.
15. Wiener N. (1966): *Introduzione alla cibernetica*. Bollati Boringhieri, Torino.
16. Wittgenstein L. (2002): *Lezioni sui fondamenti della matematica*. Universale Bollati Boringhieri, Torino.